# مجلة المجمع العلمي العراقي

الجزء الثالث ـ المجلد التاسع والثلاثون

بغـــداد

المحرم الحرام ١٤٠٩هـ ـ ايلول ١٩٨٨م

# مُوجَز في تطوُّر الأرقام

الدكتور جميل الملائكة
استاذ الهندسة المدنيـة بجامعة بغـداد
( عضـو المجمع )

**تمهيـــد**

حصل منذ أوائل هذا القرن تغيرٌ هائل – ومفاجئ تقريباً – في المعلومات التي كانت شائعة عن تأريخ العلوم ، ولا سيما الرياضيات ، في العصور القديمة . فلم يكن علماء الآثار قبل ذلك يعيرون الاهتمام الكافي للحسابات والأرقام المنحوتة على ألواح الطين القديمة التي كانت تكتشف في أرض الرافدين . وكانوا يحسبون ان الكثير منها سجلاتٌ للماشية والحبوب والنسيج والمعادن النفيسة والميراث وتوزيع الأراضي وحسـابات الواردات والمصروفات والتجارة ، أو جداولُ للعمليات الحسابية البسيطة(١) . غير إن الدراسة المنتظمة التي اجريت للكتابات المسمارية على كثير من تلك الألواح منذ أواخر عشرينيات هذا القرن ، دلّت على مستوى رفيع بلغه العراقيون القدماء في الرياضيات ، مما لم يكن معروفا لدى مؤرخي العلوم .

وتُعَدّ مؤلفات نويكباور (٢) (٣) (٤) وثورو – دانجان (٥) التي

---

(١) انظر مثلاً : ج. فوربس و ا. ج. د ديكسترهوز – تاريخ العلم والتكنولوجيا، ترجمة د. اسامة امين الخولي ، مطابع سجل العرب ، القاهرة ، ١٩٦٧.

(2) O. Neugebauer — Mathematische Keilschrift-Texte, (3 Vols. Berlin. 1935-1937).

(3) O. Neugebauer — Vorlesungen : über Geschichte der Antiken Wissenschaften (vol. 1, Berlin, 1934).

(4) O. Nugebauer and A.J. Sachs _ Mathematical Cuneiforn Texts, New Haven, 1945.

(5) F. Thureau-Dangin — Textes mathematiques babyloniens, Leiden, 1939.

أصدراها في ثلاثينيات هذا القرن ، كما يؤكد جورج سارتون (٦) ، وطه باقر (٧) (٨) ، وغيرهما ، المصادر الأساسية لأحدث المعلومات في هذا الشأن . إذ يعود لهذين العالمين الآثاريين اكبر الفضل في الكشف عن العبقرية الرياضية العظيمة لدى البابليين ، بما قاما به من جهود مضنية في دراسة المدوّنات على أعداد كبيرة من هذه الألواح .

وقد اعتمد أغلب من أرخوا لعلوم البابليين بين ثلاثينيات وخمسينيات هذا القرن ، في كثير من مادتهم ، على كتابات هذين العالمين الجليلين . وقد اصدر نويكباور كتابا جديدا عام ١٩٥١ ضمّنه المعلومات الكثيرة التي جدّت بعد مؤلفاته السابقة ، ثمّ أصدر في عام ١٩٥٧ طبعة ثانية من هذا الكتاب أضاف اليها ما استجدّ من مكتشفات بعد الطبعة الأولى (٩) ، ومن ضمنها الكشوف التي قام بها طه باقر (١٠) وما كتبه في هذا الشأن . ويمكن القول بانه لاغنىً لمن يكتب الآن في رياضيات البابليين عن هذا الكتاب .

لقد كانت الاكتشافات الحديثة مما غيّر معالم تاريخ العلوم ولاسيما الرياضيات التي كان كثيرون يُصرّون على عزوها الى اليونانيين (١١) . وتكفي الاشارة

---

(٦) جورج سارتون ـ تاريخ العلم ، جـ١ ، ترجمة ابراهيم بيومي مدكور واخرين ، ص ١٦٣ وص ٢١٧ ، دار المعارف ، مصـــر ، ١٩٦٣ ( مترجم عن الطبعة الانكليزية الصادرة ١٩٥٢) .

(٧) طه باقر ـ مقدمة في تاريخ الحضارات القديمة ، القسم الاول ، حاشية ص ٣٣٣ ، الطبعـة الثانية المنقحة ، ١٩٥٥ ( صـــدرت الطبعة الاولى ١٩٥١) .

(٨) طه باقر ـ موجـز في تاريخ العلوم والمعارف في الحضارات القديمـة والحضارة العربية الاسلامية ، مطبعة جامعة بغداد ، ص ١٧ ـ ١٨ ، بغداد ١٩٨٠ .

(9) O. Neugebauer — The Exact Sciences in Antiquity, 2 nd. Ed., Dover Publications, New York, 1969.

(١٠) انظر مثلاً : نويكباور ـ العلوم المضبوطة ، المصدر السابق ، ص ٥٢ .

(١١) جورج سارتون ـ المصدر السابق ، ص ١٧١ .

مثلا الى ما اتضح من أنّ ما كان يعزى الى فيثاغورس من مساواة مربع وتر المثلث القائم الزاوية لمجموع مربعي ضلعيه القائمين كان البابليون قد عرفوه قبل فيثاغورس بنحو ألف وسبعمائة سنة (١٢) . ومما يدعو الى الاستغراب أن اليونانيين لم يستوعبوا رياضيات البابليين . ولم يستطيعوا الاحتفاظ بأحسن خصائصها . فهم ورثوا عن البابليين مثلاً النظام الستونيّ في الأرقام والقياسات ولكنهم خلطوه بالنظام العَشَريّ، فاستعملوا الستونيّ للكسر والعَشَريّ للصحيح، فأفسدوا النظامين معاً (١٣) . وليلاحظ أنّ حالاً فوضى من الخلط بين النظامين مازالت قائمةً في بعض قياسات هذا العصر . فالناس تستعمل النظام الستوني البابلي مثلاً في تقسيم الساعة ٦٠ دقيقة ، والدقيقة ٦٠ ثانية ، ولكنها تقيس أجزاء الثانية بالنظام العَشَريّ .

وقد عرف البابليون طرائق دقيقة في حساب الجذور التربيعية والتكعيبية . ومن ذلك أنهم حسبوا جذر ٢ بدقة كبيرة بالنظام الستوني ، إذ هو بحسابهم يكافئ بالنظام العشري ١.٤١٤٢١٣ . وهذا لايختلف عن الصواب الاّ في المرتبة السابعة حيث ان الصواب ١.٤١٤٢١٤ (١٤) (١٥) . وهذه دقة عظيمة في تلك الأزمنة السحيقة . وارتقت رياضياتهم الى التفكير التجريدي ، فاتبعوا طرائق جبرية في حلّ مسائل تدلّ طبيعة كثير منها على أنها لاتحلّ الاّ بعمليات تكافئ استعمال معادلات الدرجة الثانية (١٦) . أو حتى الثالثة في بعض

(١٢) طه باقر ــ مجلة سومر ، المجلد السادس ، ص ٣٩ ــ ٥٤ ، بغداد ، ١٩٥٠ .

(١٣) جورج سارتون ــ المصدر السابق ، ص ٢٥٦ .

(١٤) نويكباور ــ العلوم المضبوطة ، ص ٣٥ .

(15) The Encyclopaedia Brittanica — Macropaedia, vol 11, p. 640, 15 th. Ed., New York, 1974.

انظر مثلاً :

(16) George Roux — Ancient Iraq, The Chaucer Press, p. 330, Suffolk, 1966.

الأحوال (١٧) . وعرفوا المعادلات الآنيّة ، وحتى انهم استعملوا المجاهيل المساعدة . والمجهول المساعد parameter كمية متغيرة يُفترض لها قيمة ثابتة في حالة معينة لتسهيل حساب الكميات المجهولة في معادلة . وتشير الدلائل الى ان حساباتهم كثيرا ما تضمنت علائق متسلسلة ، أو أسّيّة ، أو حتى لوغارتميـة . وكان اهتمامهم للجبر أكثر منه للهندسة ، فكانوا ، على خلاف اليونانيين من بعدهم . أقل اهتماماً للخطوط والسطوح والحجوم ، وأكثر عناية بالحسابات المعقّدة التي تخصّ العلائق المتبادلة بين هذه الأشياء(١٨). وهكذا انحرف اليونان بمسار الرياضيات من الجبر الى الهندسة ، إذ كانوا ينظرون الى العدد من زواية فلسفية ميتافيزيقية غير عملية ، فتأخرت بذلك مسيرة الجبر كثيرا ، الى ان أعادها الهنود والعرب الى مسارها الصحيح بعد أن خسرت زُهاء ألف عام (١٩) .

وعالج البابليون الاعداد السالبة . وتجدر ملاحظة أن فكرة الكميات السالبة لم تدخل في الرياضيات الأوربية حتى زمن ليوناردو البيزاني في مطالع القرن الثالث عشر . ولم يكتمل عند الغربيين تطورها الى الوجه الملائم ، كضرب عدد سالب بآخر سالب مثلاً ، إلاّ بعد عدة قرون (٢٠) .

هذا غيض من فيض ممـا بلغه العراقيون القدماء من مستوى رفيع في الرياضيات ، مما لم يكن أكثره ليتحقق لولا إنجازهم العظيم في ابتكارهم نظام القيمة الموقعية ، للأرقام ، أي نظام المرتبة العددية . كما سنتكلم عليه فيما يأتي :

---

(١٧) طه باقر ــ موجز ، ص ٢٠ ، وص ٣٨ ، وص ٧٢ ــ ٧٣ .
(١٨) جورج رو ــ المصدر السابق ، ص ٣٣٠ ــ ٣٣١ .
وانظر : طه باقر ــ موجز ، ص ٣٩ ــ ٤١ ، وص ٦٦ ــ ٦٧ .
(١٩) طه باقر ــ موجز ، ص ٢٥ .
(٢٠) جورج سارتون ، المصدر السابق ، ص ١٧١ .

كانت العشرة ، وهي عدد أصابع اليدين ، الوحدةَ الأساسية في العَدّ والحساب عند العراقيين منذ عصور موغلة في القدم كما كانت كذلك عند اكثر الشعوب في الأزمنة السحيقة (٢١) . وكان العراقيون يكتبون رقم الواحد بهيئة إسفين رأسي يشبه بعض الشيء رقم الواحد الذي نكتبه الآن ، ويكتبون العشرة بهيئة إسفين أفقي يشبه رأس السهم . غير إنهم لم يضعوا رموزاً للأرقام التي بين والواحد والعشرة . أي من الإثنين حتى التسعة . فكان لزاماً عليهم ان يتّبعوا في كتابة الأرقام الطريقة ( التّكراريّة ) repetitive . فكانوا يكتبون الرقم ٥ مثلاً بتكرار رمز الواحد ثلاث مرات في صفّ واحد ومرتين في صفّ فوقه ؛ والرقم ٩ بتكرار رمز الواحد ثلاث مرات في كلّ من ثلاثة صفوف ؛ والرقم ٥٣ بتكرار رمزِ العشرة خمس مرات ورقمِ الواحد ثلاث مرات ، وكل ذلك من اليسار إلى اليمين (٢٢) .

وقد اتبع البابليون في العصور الباكرة طريقة الطرح لتسهيل كتابة بعض الأرقام . فكانوا يكتبون الرقم ١٩ مثلاً بصيغة ٢٠ ناقصا ١ ، وذلك بأن يرسموا رمز العشرة مرتين . تليه من جهة اليمين بالخط المسماري لفظة ( لال ) البابلية ، ومعناها ( ناقص ) ، فرمز الواحد (٢٣) . وقد عدلوا عن ذلك فيما بعد ، فالتزموا الطريقة التكرارية التي مرّ ذكرها .

ولم تكن العشرة هي الوحدة الأساسية في العدّ والحساب عند كلّ الشعوب . فقد كان أقوام بدائيون يستعملون نظاما ثنائيا كالمستعمل الآن في الحسابة ، واعتمد اكثر الشعوب في اختيار وحدة الحساب الاساسية على عدد

(٢١) توبياز دانتزك ــ العدد لغة العلم ، ترجمة د. احمد ابي العباس ، ص ١٨ ، القاهرة ، بلا تاريخ .

(٢٢) انظر مثلاً : نويكباور ــ العلوم المضبوطة ، ص ١٥ ، وص ١٩ .
وانظر طه باقر ــ موجز ، ص ٣١ .

(٢٣) انظر : D.E. Smith — History of Mathematics, vol. 2, p. 37, Dover Edition, New York, 1938.
وكذلك : نويكباور ــ العلوم المضبوطة ، ص ٥ ، وص ٦٤ .

الأصابع ، فكانت الوَحدة عند بعضهم الخمسة ، وعند آخرين العشرة كما عند البابليين ، وعند غيرهم العشرين لمساواتها عدد أصابع اليدين والرجلين . واختار آخرون للوَحدة رقمَ الاثني عشَرَ ، ولا سيما في القياسات ، لتعدُّد قواسمه ، واستعمل آخرون غيرَ ذلك (٢٤) .

غير ان جميع الشعوب كانوا يتّبعون الطريقة التكرارية في كتابة الأرقام (٢٥). ومنهم المصريون الذين كتبوا بالخطّ الهيروغليفي ، والفينيقيون، والرومان الذين بقوا يستعملون هذه الطريقة القديمة حتى عصور قريبة ، كما سيأتي بيانه .

ويبدو أن البابليين كانوا قد برموا باستعمال النظام التكراري في كتاباتهم وحساباتهم . فقد جابهوا فيه الصعوبات عندما تكبر الأرقام ، إذ يكثر عندئذ تكرار الرموز ، ويطول الرقم المكتوب . فالرقم ٩٧ مثلا ، على صغره نسبيا ، يتكرر في كتابته رمز العشرة تسع مرات ورمز الواحد سبع مرات . ولتسهيل الأمر بعض الشيء اتخذوا في بادئ الأمر رمزاً للمائة ، واختاروا الستين من بعد ذلك وحدة اساسية إضافة الى وحدة العشرة واتخذوا لها رمزاً(٢٦) . فبات لديهم سلسلة عددية يتناوب فيها الضرب بالعامل ١٠ والعامل ٦ كالآتي : ١ و ١٠ و ٦٠ و ٦٠٠ و ٣٦٠٠ و ٣٦٠٠٠ ، الخ . ولكنّ مشكلة كتابة الأرقام الكبيرة بقيت قائمة عندهم في الحساب والرياضيات والفلك (٢٧) .

وما لبث رياضيوهم أن اهتدوا الى كشف علمي عظيم مازال مدعاة لدهشة العلماء والدارسين . ذلك أنهم اكتشفوا في مطالع العصر البابلي القديم ، أي منذ قُرابة أربعة آلاف سنة ، طريقة القيمة ( المرتبية ) في كتابة الأرقام

(٢٤) انظر مثلاً : دي . اي . سميث ـ المصدر السابق ، جـ١ ، ص ٨ ـ ١٤ .
(٢٥) راجع : جورج رو ـ المصدر السابق ، ص ٣٣٠ .
(٢٦) نويكباور ـ العلوم المضبوطة ، ص ١٩ .
(٢٧) انظر مثلاً : جورج سارتون ، المصدر السابق ، ص ١٦٤ .

place-value notation ، فكان هذا الاكتشـــاف ذا أثر باقٍ على العـــلم والحضارات بوجه عام (٢٨) . وبهذه الطريقة ، كما هو معروف الآن ، تعرف قيمة الرقم من موقعه في الكتابة . اذ يكون فيها لكل رقم منفرد دلالتان : احداهما في قيمة الرقم نفسه ، والأخرى بحسب موقعه ، اي المرتبة التي يقع فيها .

وكان البابليون قد طبقوا هذه الطريقة الموقعية على نظـــام ( ســـتوني ) sexagesimal يعتمد على رقم الستين وقوى الستين ، على غرار ما يعتمد نظامنا ( العشري ) decimal الآن على العشرة وقوى العشرة ، أو نظام الحسّابة الثنائي binary على الاثنين وقوى الاثنين .

ويبدو أنهم اختاروا رقم الستين أساسا لهذا النظام لمرونته ومرونة قواه في قابليتها للتحليل الى عدد كبير من العوامل ، ومن ثمّ اتساعها للتعبير بدقّـة عن الكثير من الكسور من دون حاجة للجوء إلى التقريب من كسر دوري غير منتهٍ ؛ إذ يمكن بهذا النظام التعبير بدقة مثلاً عن ١/٢ و ١/٣ و ١/٤ و ١/٥ و ١/٦ و ١/٨ و ١/٩ و ١/١٠ و ١/١٢ و ١/١٥ و ١/١٦ و ١/١٨ و ١/٢٠ و ١/٢٤ و ١/٢٥ و ١/٢٧ و ١/٣٠ . . . . والى آخره مما لايتسع لكله النظام العشري .

وكان هذا الكشف العظيم الذي قام به البابليون دون سواهم في تلك

---

(٢٨) انظر مثلا : Stephen F. Mason — A History of the Sciences, Collier Books, p. 17, New York, 1962.

وكذلك : جورج سارتون ـ المصدر السابق ، ص ١٦٨ .
و : طه باقر ـ موجز ، ص ٢٩ .
و : نويكباور ـ العلوم المضبوطة ، ص ١٨ ـ ٢٠ .
و : طه باقر ـ مقدمة ، ص ٣٣٤ .

الأزمنة السحيقة قد يسرّ عليهم كتابة الأرقام وقراءتها فجعلها أقصر بعد أن كانت تكتب بالطـريقة التكرارية الطويلة ، يضاف الى ذلك انه سهّـل العمليات الحسابية التي كانت من قبله عويصة جدا ومعقدة ولاسيما في الرياضيات والفلك .

ولا شك ان الاهتداء الى التعبير عن ( الكسور ) بالطريقة الموقعية ايضا منذ ذلك الزمن البعيد يُعَدّ هو بحدّ ذاته كشفا جبّـارا ، وان كانت هي آنئذ بالنظام الستوني الموقعي لا بالنظام العَشري الموقعي ، الذي كان العرب أوّل من كتب به الكسور فيما بعد ، كما سوف يأتي بيانه .

غير ان البابليين القدماء ظلّوا بعد اكتشافهم الطريقة الموقعية يستعملون نظاما هو خليط من النظام ( الستوني الموقعي ) ، للستين وقوى الستين ، و ( نظام العشَرة التّكراري ) لما هـو دون الستين (٢٩) . ولم يكن في وسعهم آنذاك غير ذلك ، إذ كان استعمال نظام ستوني لما هو دون الستين يستلزم ان يتخذوا رموزا مبسّطة لجميع الارقام من ٢ الى ٥٩ ، وهو ما لم يفعلوه . أما سبب استمرارهم في استعمال الطريقة التكرارية بنظام العشرة فيعود الى انهم لم يكونوا قد وضعوا آنئذ رموزا للأرقام المنفردة من ٢ الى ٩ ، كما سبق بيانه .

وهكذا كانوا يكتبون الرقم ٧٦ مثلا بالصيغة ١٦ — ١ لأن : ١٦ + ١ × (٦٠) = ٧٦ فيرمزون للستين بالرقم ١ ولكنهم يكتبون الرقم ١٦ بالطريقة التكرارية كما مرّ شرحه . ومثلَ ذلك يكتبون الرقم ١٢٥٨٥ مثلا بالصيغة ٥ — ١٣ — ٣ لأن : ٥ + ١٣ (٦٠) + ٣ (٦٠)$^{٢}$ = ٥ + ٧٨٠ + ١٠٨٠٠ =

(٢٩) راجع : نويكباور — العلوم المضبوطة ، ص ١٩ .
و طه باقر — موجز ، ص ٢٩ .
وجورج رو — المصدر السابق ، ص ٣٣٠ .

١٢٥٨٥ وهذا يشبه ما نتبعه الآن في نظامنا العشري الموقعي ، فنكتب الرقم نفسه بصيغته لأن : ٥ + ٨ (١٠) + ٥ (١٠)$^{٢}$ + ٢ (١٠)$^{٣}$ + ١ × (١٠)$^{٤}$ = ٥ + ٨٠ + ٥٠٠ + ٢٠٠٠ + ١٠٠٠٠ = ١٢٥٨٥

غير انّ البابليين القدماء لم يكونوا في زمن اكتشافهم النظامَ الموقعي ، اي منذ نحو ٤٠٠٠ سنة ، قد اكتشفوا الصفر . ولذا كانوا يتركون فراغا ليقوم مقامه . فهم يكتبون الرقم ٣٦١٤ مثلا بالصيغة ١٤ — — ١ لأن : ١٤ + صفر (٦٠) + ١ (٦٠)$^{٢}$ = ١٤ + صفر + ٣٦٠٠ = ٣٦١٤

ولكن عدم ضبط مسافة الفراغ كان كثيرا مايدعو الى الالتباس فضلا عن أنه لم يكن ثمة طريقة سهلة لإظهاره في أول العدد . وكذلك لم يتقيض للبابليين اكتشاف الفارزة للدلالة على موقع الكسر في نظامهم الستوني . ولذا كانت مرتبة العدد تُعرَف بالنسبة الى المرتبة التي تليها فقط ، أما القيمة المطلقة للعدد فلم تكن معرفتها تتحقق الاّ من السياق والقرينة (٣٠) . فالرقم ٦ — ١ مثلا قد يعني عندهم ٠—٦ — ١ ( أي ٣٩٦٠ ) ، وقد يعني ٦٦ ، وقد يعني أيضاً $١\frac{٦}{٦٠}$ ( أي ١و١ ) ، وهكذا .

ومن ثمّ كان الإنجاز الخطير الثاني الذي قدّمه العراقيون القدماء اهتداءهم في العصر البابليّ المتأخر الى اكتشاف الصفر ، للدلالة على المرتبة الخالية ، فكانت طفرةٌ هائلة في الرياضيات امتدّ أثرها على تطوّر جميع العلوم ومختلف شؤون الحضارة . ويقدّر الآثاريون زمن اكتشاف البابليين للصفر نحو ٧٠٠ قبل الميلاد . اي منذ نحو ٢٧٠٠ سنة . وقد وُجِد استعمال الصفر في ألواح طينية في كيش شرقيّ بابل يعود تأريخها الى ٥٠٠ ق.م . ثمّ صار البابليون

(٣٠) نويكباور — العلوم المضبوطة ، ص ٢٧ .
وانظر : جورج سارتون — المصدر السابق ، ص ١٦٤ — ١٦٥ .
وطه باقر — موجز ، ص ٣٠ — ٣١ .

يستعملونه بصورة منتظمة في العصر البابلي الهلنستي (السلوقي) نحو ٣٠٠ ق. م .، ولا سيما في الحسابات الفلكية (٣١) . وكانوا يتخذون له رمزا يشبه صورة الحرف B بعض الشيء (٣٢) . غير انهم استعملوه في داخل العدد ولم يستعملوه في أوله ، فبقيت عندهم طريقة معرفة القيمة المطلقة للعدد من السياق (٣٣) .

ويبدو أن أرقام الآحاد من ٢ الى ٩ ، التي كان البابليون يكتبونها بالطريقة التكرارية ، قد تطورت أشكالها بكثرة الاستعمال ، فتلاحمت اجزاؤها بالكتابة السريعة المتصلة cursive writing حتي أصبح لكل منها في العصر البابلي السلوقي ( من ٣٠٠ الى صفر ق . م . ) رمز اقلُّ تعقيداً مختصّ به .

وقد انتقل في العصر الهليني النظام الستوني والصفر من البابليين الى اليونانيين ، الذين ظلّوا يستعملون هذا النظام حقبة طويلة من الزمن ، ولا سيما في الحسابات الفلكية (٣٤) . وطوّر اليونان النظام باستعمال الصفر في أول العدد أيضا (٣٥) ، فمكّنوا بذلك من معرفة القيمة المطلقة للعدد الصحيح المكتوب من غير حاجة لوجود القرينة .

---

(٣١) راجع نويكباور ــ العلوم المضبوطة ص ٢٠ وص ٢٧ .
وانظر ايضا :
The New Encyclopaedia Britanica — Macropaedia, vol. 11, p. 640, 15 th. Ed., New York, 1974.

(٣٢) طه باقر ــ مقدمة ، القسم الاول ، ص ٣٣٥ .
وانظر ايضا : طه باقر ــ مجلة سومر ، المجلد السادس ، ج١ ، « لوح رياضي على نظريه قليدس من تل حرمل » ، ص ٢١ ، بغداد ، ١٩٥٠ .

(٣٣) نويكباور ــ العلوم المضبوطة ، ص ٢٠ .

(٣٤) طه باقر ــ موجز ، حاشية ص ٣٠ .
وانظر : نويكباور ــ العلوم المضبوطة ، ص ١٠ ــ ١٣ .
وكذلك : دائرة المعارف البريطانية الجديدة ، المصدر السابق ، ص ٦٤١ .

(٣٥) انظر مثلا : مرغريت روتن ــ علوم البابليين ، ترجمة د. يوسف حبي ، ص ١١٩ ، بغداد ، ١٩٨٠ ( مترجم عن الطبعة الفرنسية الصادرة عام ١٩٧٠ ) .
او : طه باقر ــ موجز ، ص ٣١ .

غير ان اليونانيين شوّهوا النظام الستوني الذي ورثوه عن البابليين . فقد استعملوه في نظام هجين كان كسر العدد فيه بالنظام الستوني وجزؤه الصحيح بالنظام شبهِ العَشري الذي استعملوه آنئذ واعتمدوا فيه على الحروف في الرمز الى كل من الآحاد والعشرات والمئات والألف ، على غرار حساب الجُمَّل ، كما سيأتي بيانه . وبذلك « أفسدوا النظامين معاً » على حدّ قول سارتون (٣٦) . وممن اتبع هذه الطريقة المختلطة في كتابة الصحاح والكسور بطلميوس الاسكندري Ptolemaeus ( نحو ٨٥ – ١٦٥ م ) صاحب المجسطي ، والرياضي ثيون الاسكندري (٣٧) Theon ( عاش في القرن الرابع م ) . وقد ظل اليونان زمناً طويلا يتبعون هذه الطريقة في اقتصار استعمال النظام الستوني على كسور الأعداد دون صحاحها . وأخذ شكل الصفر عندهم اطوارا مختلفة كان آخرُها دائرة فوقها خط افقي قصير بهذه الصورة : ⍬ (٣٨) .

وكان الهنود ايضا يتخذون من العشرة في الأزمنة القديمة وحدة أساسية في العدّ والحساب بطريقة التكرار . واتبعوا منذ أوائل القرن الثالث قبل الميلاد نظام الرمز الى الأرقام بالحروف بطريقة حساب الجُمَّل ايضاً . غير إنهم اقتبسوا من بعد ذلك النظام الموقعي الستونيّ البابليّ . ويرى بعض المؤرخين أن هذا النظام انتقل اليهم بعد فتح الاسكندر ، في حين يرجح آخرون أنه انتقل اليهم من فلكيي اليونان مثل بطلميوس . وقد ظهر في مؤلفاتهم الرياضية

(٣٦) جورج سارتون – المصدر السابق ، ص ٢٥٦ .

(٣٧) انظر : احمد سعيد الدمرداش ود. محمد حمدي الحفني الشيخ – مفتاح الحساب تأليف جمشيد غياث‌الدين الكاشي، ص ٢٨٩ (حاشية ٥١)، دار الكاتب العربي للطباعة والنشر ، القاهرة ( بلا تاريخ ) .

(٣٨) نويكباور – العلوم المضبوطة ، ص ١٤ .

والفلكية المعروفة بالسِّدهانتا Sidhantas التي دونت منها نسخة في حدود القرن الرابع الميلادي بالنظام الستوني (٣٩) .

وقد اهتدى الهنود الى النظام الموقعي العَشري في زمن متأخِّر ، مستفيدين من مبدأ النظام الموقعي الستوني البابلي (٤٠) ومن رموز الأرقام التي كانوا يستعملونها من ١ الى ٩ . والمرجح أنهم استعملوا النظام العشري في اواخر القرن السادس الميلادي (٤١) . وكان لدى الهنود عدة سلاسل من صور أرقام الآحاد ، عَدا صورَ رسمها بالحروف ، ومنها سلسلتان قديمتان كتب في احداهما هذه الأرقام في القـــرن الثالث ق . م . بخطوط رأسية على غرار الأسافين الرأسية التي رسمها البابليون القدماء ، ويبدو أن الاخرى التي كتبت في القرن الأول أو الثاني ب . م . تطورت من خطوط افقية كالتي استعملها السومريون . ويرجح المؤرخون أن اصول هاتين السلسلتين كانتا في ارض سومر وبابل . ولا يعلم أحد أكانت صور السلاسل المتأخرة قد تطورت من هاتين السلستين القديمتين أم أنها الحروف الأولى من أسماء تلك الارقام ، فان كثيرا من تلك الأطوار مازال مجهولا لأن الموادّ التي دونت عليها تلك المعارف الرياضية كانت من لحاء الشجر وأعواد الخيزران (٤٢) . ولكن يبدو في الأقلّ أنّ صور أول ثلاثة ارقام من السلسلة التي انتقلت الينا من الهند وهي التي اتخذت الاشكال ١ و٢ و٣ هي في الاساس من رموز الطريقة التكرارية البابلية للأســـافين الرأســـية تطوّرت بالكتابة السريعة المتصـــلة

(٣٩) انظر : طه باقر ــ موجز ، ص ١١٤ ــ ١١٥ .
و : دي . اي . سميث ــ المصدر السابق ، ج١ ، ص ١٤٤ .
و : دائرة المعارف البريطانية الجديدة ، المصدر السابق ، ص ٦٤٠ .
(٤٠) نويكباور ــ العلوم المضبوطة ، ص ١٨٩ .
(٤١) طه باقر ــ موجز ، ص ١١٣ ، وص ١١٥ ، وص ١٩٩ .
(٤٢) دي.اي . سميث ــ المصدر السابق ، ج٢ ، ص٦٥ ــ ٦٨ .

cursive writing بعد أن كان أصلها ١ و١١ و١١١ فوصلت أجزاؤها بعضها ببعض . ومثل ذلك يقال في الأرقام الثلاثة المغربية الأولى 1 و 2 و 3 التي تطورت من صور الخطوط الأفقية السومرية — و = و ≡ .

وطوّر الهنود رسم الصفر الذي أخذوه من اليونان فرسموه في بعض سلاسلهم بصورة دائرة هكذا ( ٥ ) كالمستعملة الآن في الأرقام المغربية ، وفي غيرها بهيئة دائرة مطموسة أي نقطة ( . ) كالمستعملة الآن في الأرقام المشرقية . وقد تأخّر استعمال الصفر عند الهنود عن النظام العَشري الموقعيّ وكان أوّلُ ظهوره في مدوناتهم في القرن الثامن الميلادي (٤٣) .

وفي القرن الثامن الميلادي انتقل الصفر والنظام العَشري الموقعي من الهنود الى العرب (٤٤) . عندما ترجم محمد بن ابراهيم الفزاري ( ت : ٧٩٦ م ) كتاب الحساب والفلك الهندي المسمى « سِدهانتا » بأمر الخليفة العباسي المنصور نحو ٧٧٣ م . وهكذا عادت الطريقة الموقعية — ولكن بالنظام العشري — ثم عاد الصفر أيضاً ، الى هذه المنطقة ، التي كانت في الأساس موطن اكتشافهما قبل ذلك بآلاف السنين . ومنها انتقل النظام ، بعد تطويره ، الى اوربا وبقية ارجاء العالم .

وكان العرب قبل الاسلام يكتبون الأرقام بنظام العَشَرة التَّكْراري القديم منذ عصور سبقت الميلاد ، على غرار ما كان يفعل الفينيقيون والمصريون والرومان وغيرهم . وكانوا يرمزون للواحد بخطّ رأسي ، وللخمسة بحرف الخاء ، والعشرة بالعَين ، والمائة بالميم ، والألف بالألِف (٤٥) .

---

(٤٣) انظر : طه باقر — موجز ، ص ١١٣ ، وص ١١٥ ، وص ١٩٩ .
(٤٤) طه باقر — المصدر السابق ، حاشية ص ٣٠ ، وص ١٩٩ .
(٤٥) انظر : الدكتور جواد علي — تاريخ العرب قبل الاسلام ، الجزء السابع ، ص ٤٤ — ٥٢ ، وص ٢٦٥ — ٢٧٠ ، بغداد ، ١٩٥٧ .

ثم أخذوا إبّان الفتح الإسلامي يرمزون الى الأرقام بالحروف بالنظام شبه العشري على نحو ما شاع آنئذ لدى كثير من الأقوام مثل الآراميين و الفينيقيين واليونان والسلافيين وغيرهم . وفي هذا النظام ، الذي يُدعى حساب الجُمَّل ، ترمز الحروف الابجدية في « أبجد ، هَوَّز ، حُطّي ، كَلَمُن . . الخ » وعددها ثمانية وعشرون حرفا ، الى الأرقام كالاتي :

| | | | |
|---|---|---|---|
| أ — ١ | ي — ١٠ | ق — ١٠٠ | غ — ١٠٠٠ |
| ب — ٢ | ك — ٢٠ | ر — ٢٠٠ | |
| ج — ٣ | ل — ٣٠ | ش — ٣٠٠ | |
| د — ٤ | م — ٤٠ | ت — ٤٠٠ | |
| هـ — ٥ | ن — ٥٠ | ث — ٥٠٠ | |
| و — ٦ | س — ٦٠ | خ — ٦٠٠ | |
| ز — ٧ | ع — ٧٠ | ذ — ٧٠٠ | |
| ح — ٨ | ف — ٨٠ | ض — ٨٠٠ | |
| ط — ٩ | ص — ٩٠ | ظ — ٩٠٠ | |

وكانوا يقدّمون المرتبة العشرية الكبرى على الصغرى ، على خلاف المتبع عندالهنود (٤٦) . فالارقام ١١ و١٢ و١٣ هي ( يا ) و( يب ) و(يج) ، والرقم ٣٧٦ مثلا كان يُكتب ( شعو ) ، وكتابة السنة ١٩٨٨ مثلا تكون (غظفح) ، وهكذا . أما اذا تعددت الألوف فيوضع عددها قبل حرف الغين (٤٧) ، كما في ( بغ = ٢٠٠٠ ) و ( تنبغ = ٤٥٢٠٠٠ ) . وغير خاف أنّ حساب الجمّل يسهّل النظام الستونيّ كثيرا اذ يُكتب فيه كل رقم من ٢ الى ٥٩ بحرف واحد أو حرفين فقط فيغني بذلك عن الطريقة

(٤٦) انظر مثلا : احمد سعيد الدمرداش ـ المصدر السابق ، ص ٢٨٨ ، وص ٢٨٩ .

(٤٧) الدمرداش ـ المصدر السابق ، ص ١٠٣ .

التكرارية لما هو دون الستين ، وهو أمر استفاد منه اليونانيون كثيراً عندما طبقوا مبدأ الحروف على النظام الستوني البابلي .

ومازال شيء مأخوذ من هذا النظام ، مع بعض التحوير ، يستعمل في حساب برج الشخص وطالعه من حروف اسمه ، حيث تجمع القيم المطلقة لحروف الاسم بغضّ النظر عن تقدمها وتأخرها . وهم يستعملونه ايضاً في التاريخ الشعري ، كأن يقال في التاريخ لمولد طفل اسمه ( علي ) كانت ولادته في سنة ١٩٦٨ :

قَرّت الأعينُ في مــولــده
وأتانــا بالســرور الأمثــلِ
وعــلى هــذا أتى تــأريخه
« تضحك العين سروراً بعــلي »

١٢٨٨ ١٦١ ٤٦٧ ١١٢

١٩٦٨

فان مجموع حروف الشطر الأخير هو ١٩٦٨ .

ولا يخفى أن إجراء العمليات الحسابية بهذا النظام لم يكن سهلا . ولكنه لم يكن على أية حال بأصعبَ من نظام العَشَرة التكراري الروماني البدائي ، الذي استمرّ استعماله عند الأوربيين الى عهد قريب قبل ان ينتقل اليهم من العرب النظام العشري الموقعي ، إذ لم يكن النظام الروماني هذا ليختلف عن نظام العشرة التكراري الذي استعمله السومريون القدماء قبل ظهور النظام الستوني الموقعي منذ اكثر من ٤٠٠٠ سنة فيما عدا إضافة رموز للخمسة والخمسين والخمسمائة والألف . وهكذا رمزوا للواحد بالحرف I ، واتخذوا للخمسة الرمز V ، والعشرة X ، والخمسين L ، والمائة C ، والخمسمائة D ، والألف M . وكرروا الواحد ، والعشرة ، والمائة في كتابة الأرقام . واتبعوا ايضاً أسلوب الطرح على غرار ما فعل البابليون . فالرقم ٩ مثلا يكتب عندهم IX ،

أي عشرة ناقصاً واحدا.وهكذا تكتب السنة ١٩٨٨ مثلا بالصيغة MCMXXCVIII ولا تخفى الصعوبات والتعقيدات التي يمكن أن تجابَه في إجراء العمليات الأربع الحسابية بمثل هذه الأرقام ، ولاسيما عمليات الضرب والقسمة التي تكاد تقرب من الاستحالة ، فضلا عن الحيّز الذي تَشغَلُه كتابة هذه الأرقام الطويلة .

ومازالت آثار استعمال الأرقام الرومانية باقية حتى يومنا هذا في عالم الغرب ، كما في كتابتها على طرّة بعض الساعات ، وفي ترقيم فصول بعض الكتب ، وسنة طبعها ، وارقام المجلدات ، الخ ..

وكان الإسلام قد جاء بثورته الحضارية العظيمة بعد حقبة من الضمور الحضاري وتحلّل الامبراطوريات ، فازدهرت العلوم العربية وانتعشت الحضارة ثانية على وجه منقطع النظير . ونشِطت في مستهَلّ تلك النهضة العلمية حركة ترجمة العلوم ونقلها ، ولاسيّما علومِ اليونان والهند .

وكان من حكمة العرب في صدر الإسلام ابقاؤهم على المدارس القديمة في الإسكندرية ، وبيروت ، وأنطاكية ، ونصيبين ، وجند يسابور ، من غير أن يمَسُّوها بأذى . فاحتفظت هذه المدارس بأمهات كتب العلوم ، ومعظمها في ترجمته السُّريانية . ومالبثت أن ظهرت ترجماتها الى العربية بتشجيع من الأمويين والعباسيين . حتى إنّ المنصور ، والمأمون ، والمتوكل ، كانوا يبعثون برسلهم الى المدن اليونانية والى أباطرة الروم في طلب كتب الطب والعلوم . وكان بيت الحكمة الذي انشأه الخليفة المأمون ببغداد سنة ٨٣٠ م مجمعا علمياً ، ومرصدا فلكيا ، ومكتبة عامة . وكان فيه طائفة من المترجمين تُجرى عليهم الأرزاق من بيت المال ، حتى قيل في هذا المعهد العلمي إنه كان الممهِّدَ لنهضة علمية وفكرية تشبه في أسبابها وطرائقها ونتائجها

النهضة الأوربية الحديثة (٤٨) .

وقد اطلع العرب على حساب الهنود ، فأخذوا عنهم النظام العَشريّ الموقعيّ على نحو ماذكرنا . ويعود الفضل الأكبر في توطيد هذا النظام وانتشاره الى الرياضي الشهير محمد بن موسى الخوارزمي الذي عاش في زمن المأمون وتُوفّي نحو ٨٥٠م . وكان من بين مؤلفاته الجليلة كتاب في الحساب الهندي شرح فيه الحساب بهذا النظام العَشري الموقعي وصور الأرقام المستعملة له . وسرعان ما انتشر استعمال هذا النظام في البلاد العربية وحلّ محلّ نظام الجُمَّل الذي كان متّبعا قبله .

وكان لدى الهنود في القَرن الثامن الميلادي عِدّة سلاسل من صور الأرقام هذّب منها العرب سلسلتين : إحداهما كانت تدعى بالارقام ( الهندية )(*) وهي التي شاع استعمالها في المشرق العربي وفي مصر

(٤٨) انظر : ول دورانت ـ قصة الحضارة ، ترجمة محمد بدران ، ج١٣ ، ص ١٧٧ ـ ١٧٨ ، ( مترجم عن الاصل الانكليزي الصادر سنة ١٩٣٥) ، الطبعة الثانية . القاهرة ، ١٩٦٤ .

* وضع العرب بعد كتاب الخوارزمي كتبا كثيرة في حساب الهند شرحوا فيها طرق الحساب بهذا النظام العشري الموقعي الذي اخذوه عن الهنود . واشتهر منها كتاب ( الفصول في الحساب الهندي ) للاقليدسي ، وقد طبع في عمان سنة ١٩٧٣ . أما صور الارقام فقد هذبها العرب بعد أخذها عن الهنود . وحوروها كثيرا . ولكنهم ظلوا ينسبونها الى (الهند) . فكان البيروني يسميها « الارقام الهندية » ( انظر : قدري طوقان ، تراث العرب العلمي ، حاشية ص ٤٨ ) ، ودعاها غياث‌الدين الكاشي تارة « الرقوم الهندية » ، وطورا « الارقام الهندية » ( انظر : مفتاح الحساب للكاشي ، تحقيق الدمرداش ومحمد حمدي الشيخ ، ص ١٢١ ) ويسميها الاقليدسي في كتاب الفصول « احرف الهند » ، وغير أولاء كثير . وقد اخذ اكثر المتأخرين ايضا بهذه التسمية ، ومنهم : عمر فروخ ، تاريخ العلوم عند العرب ، ص ١٣٧ و ٣٣٥ ؛ وطوقان تراث العرب العلمي ، ص ٤٧ ـ ٥٠ ؛ وطوقان ، العلوم عند العرب ، ص ٥٩؛ وهاشم

وما جاورها . وقد تطوّرت الى الارقام المستعملة الآن بالأشكال : ١ — ٢ — ٣ — .. الخ ، وهي التي ندعوها الأرقام (المشرقية) . والاخرى دُعيت بالارقام ( الغبارية ) ؛ قيل إنها سميت كذلك لأنهم كانوا ينثرون الغبار على لوح ويرسمون عليه الأرقام بإصبعهم . وقد شاع استعمال هذه في اقطار المغرب العربي وانتقلت الى الأندلس واوربا . وتطوّرت الى صور الأرقام 1 — 2 — 3 — .. الخ ، وتدعى الآن في اوربا ( الأرقام العربية ) Arabic numerals ، وهي التي التي شاع استعمالها في المغرب العربي واوربا وبقية أقطار العالم، وندعوها الآن الأرقام ( المغربية ) (٤٩) .

= احمد الطيار ويحيى عبد سعيد ، موجز تاريخ الرياضيات، ص٢٨و٣٠؛ وحكمت نجيب عبدالرحمن ، دراسات في تاريخ العلوم عند العرب ، ص ٨٦ ؛ واحمد شوكة الشطي ، مجموعة ابحاث عن تاريخ العلوم الرياضية ، الرياضيات عند العرب ، ص ١ ؛ واحمد فهمي ابو الخير ، علوم العرب الرياضية وانتقالها الى اوربا ، ص ٣٣ ؛ ومحمد السراج ، مجلة اللسان العربي ، جـ٣ ، سنة ١٩٦٥ ، ص ٦٤ ؛ وغيرهم كثيرون . وقد أخذ يشيع في العقود الاخيرة من هذا القرن اطلاق اسم « الارقام المشرقية » على صور هذه الارقام ، و « الارقام المغربية « على صور الارقام الغبارية المستعملة في بعض اقطار المغرب العربي وغيرها من اقطار العالم. وممن استعمل هذه التسمية مثلا : محمد السراج ، الطابع العربي في الارقام الرياضية ، مجلة اللسان العربي ، جـ٣ ، سنة ١٩٦٥ ، ص ٦٤ ؛ وغيرهم كثيرون .

وقد اخذ يشيع في العقود الاخيرة من هذا القرن اطلاق اسم « الارقام المشرقية » على صور هذه الارقام ، و « الارقام المغربية » على صور الارقام الغبارية المستعملة في بعض اقطار المغرب العربي وغيرها من اقطار العالم . وممن استعمل هذه التسمية مثلا : محمد السراج : الطابع العربي في الارقام الرياضية ، مجلة اللسان العربي ، جـ٣ ، سنة ١٩٦٥ ، ص ٦٤ .

(٤٩) انظر مثلا : قدري حافظ طوقان ـ تراث العرب العلمي في الرياضيات والفلك ، ط ٣ ـ مزيدة ومنقحة ـ ص ١٠ ، وص ٤٧ ـ ٥٠ ، وص ١٦٠ ـ ١٦١ ، القاهرة ، ١٩٦٣ ( صدرت الطبعة الاولى ١٩٤١ والثانية ١٩٥٤ ) .

وانظر : الدمرداش ـ المصدر السابق ، ص ٢٧٣ .

واستعمل العرب الصفر مع النظام العَشريّ الذي انتقل اليهم من الهنود . وكان الهنود يُطلقون على الصفر لفظ ( سُونيا ) Sunya ومعناه الفَراغ . والمشهور أنّ الخُوارزميّ هو الذي سمّاه بالعربية ( الصفر ) (٥٠) ، الذي يعني أيضاً الخُلُوّ والفَراغ . قال حاتِم الطائيّ ( ت : ٥٧٨ م ) :

أماويَّ إنْ يُصبِحْ صداي بقفرةٍ
من الأرضِ لا ماءٌ هناك ولا خَمْـرُ

تَرَيْ أنّ ما أهلكتُ لم يكُ ضَرّني
وأنّ يدي مما بَخِلْتُ به ( صِفْرُ ) (٥١)

( صداي = جُثّتي ؛ وأهلكتُ = أنفقتُ ) .

وقد كتب العَرَب الصفر ، كما كتبه الهنود ، بهيئتيه الدائرة والنقطة ، في أزمنة وأمكنة مختلفة . يقول محمد بن أحمد الخُوارزمي ( ت : ٩٩٧م ) كتابه المشهور ( مفاتيح العلوم ) الذي وضعه سنة ٩٧٦ م : « .. وهذه الدوائر الصغار تُسمىَّ الأصفارَ توضع لحفظ المراتب في المواضع التي ليس فيها أعداد .. » (٥٢) . وقد استقرّ في الآخر استعمال النقطة في الأرقام المشرقية . والدائرة في الأرقام المغربية .

ومن المهم الإشارة الى أن النظام العَشَريّ الموقعي الذي استعمله الهنود وأخذه العرب عنهم كان مقصوراً على الصِّحاح ولم يكن فيه كسور عُشريّة على غرار النظام الستوني البابلي الذي كان فيه الصحاح والكسور الستونيّة . ومن ثَمّ كان الإنجازُ الخطيرُ الذي قدّمه العرب فيما يتعلّق بالأرقام هو ابتكارهم طريقة الكسور العُشريّة . فسهّلوا بذلك التعبيرَ عن أي كسرٍ

(٥٠) طه باقر ــ مقدمة ، جـ١ ، ص ٣٣٦ .
وانظر : طه باقر ــ موجز ، حاشية ص ١٩٩ .

(٥١) ابراهيم الجزيني ــ شرح ديوان حاتم الطائي ، دار الكاتب العربي ، ص ٥١ ، بيروت ، ١٩٦٨ .

(٥٢) محمد بن أحمد بن يوسف الخوارزمي ــ مفاتيح العلوم ، المطبعة المنيرية ، ص ١١٣ ، القاهرة ، ١٣٤٢هـ ( ١٩٢٣ ــ ١٩٢٤م ) .

بالنظام العَشري الى أي قدر مطلوب من الدقّة. وهكذا أحلّوا الكسور العُشريّة مَحَلَّ الكسور الاعتيادية في أغلب الأعمال الريّاضية . وتشير الدلائل الى أنهم لابدّ أن يكونوا قد أتمّوا اكتشاف الكسور العُشريّة ووطّدوها قبل مطالع القَرن الخامس عشرَ الميلادي في الأغلب . فقد حَسِب مثلاً غياثُ الدين الكاشي ( ت : ١٤٢٩ ) النسبة الثابتة ( ط ) بين محيط الدائرة وقطرها ، بالنظام العَشَري ، بدرجة من الدقّة فاق بها كلَّ سابقيه . وقدّمها في كتابه المسمّى ( الرسالة المحيطية ) مُثبتاً قيمة الكسر الى ستّ عَشَرَة مرتبةً عشريةً دقيقةً مضبوطة ، فضلاً عن تقديمها ايضا بما يكافئها بالنظام الستوني . وقد كتب الكاشي لفظة ( صِحاح ) فوق العدد الصحيح ، ووضع خطاً رأسيا على يمينه ، ويلي ذلك الكسرُ العُشريّ ، كالآتي : (٥٣)

| صحاح | ١٤١ | ٥٩٢ | ٦٥٣ | ٥٨٩ | ٨٧٣ | ٢ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | ٣ |

ومع ذلك مازال بعض مؤرخي العلوم الأوربيين يتجاهلون كل ذلك ، فيَعْزُون الفضلَ في توطُّد طريقة الكسور العُشريّة الى الرياضي البلجيكي سيمون ستيفن (٥٤) Simon Stevinus ( ١٥٤٨ — ١٦٢٠ ) الذي نشر سنة ١٥٨٥ ، أي بعد وفاة الكاشي بمائة وستة وخمسين عاما ، كُرّاساً بسبع صفحات بعنوان ( العُشْر ) ، وآخرَ بعنوان ( الكسر العُشري ) ، يعرض فيهما هذه الطريقة ويدعو الى اتباعها (٥٥) .

---

(٥٣) انظر مثلا : دي.اي.سميث ـ المصدر السابق ، جـ ٢ ، ٢٣٨ ـ ٢٤٠ .
و : احمد سعيد الدمرداش ـ المصدر السابق ، ص ١٢١ ، وص ٢٨٦ ـ ٢٨٧ .

(٥٤) انظر مثلا : مرغريت روتن ـ المصدر السابق ، ص ١١٩ .

(55) The Encyclopaedia Britannica — Eleventh Edition, vol. xxv, p. 910, New York 1911.

وانظر : دائرة المعارف البريطانية الجديدة ـ المصدر السابق ، ط ١٤ ، مجلد ١١ ، ص ٦٧٣ .

ويعود الى العرب ايضا فضل السبق في اكتشاف الفارزة التي تستعمل في كتابة الكسور العُشرية ، إذ يُعَدّ ذِكرُ غياث الدين لفظةَ ( الصِّحاح) قبل الكسر ، ورسمُه خطّاً رأسياً بين العدد الصحيح والكسر ، بمثابة أوّلِ استعمال ( للفارزة ) التي تفصِل بين صحيح الرقم العَشَريّ وكسره (٥٦) . وهي تُستعمل الآن بهيئة حرف الواو الصغير ( و ) في البلاد العربية وفي بعض أقطار أوربا والعالم ، كما في فرنسا مثلا ، في حين يستعمل آخرون النقطة ( . ) لهذا الغرض ، كما في اوربا وامريكا .

وكان العرب يُسَمُّون اجزاء العَشَرة ، والمائة ، والألف ، .. الخ ، بالأعشار ، وثاني الأعشار ، وثالثِ الأعشار ، وهكذا (٥٧) .

ويجدر هنا التنويه بأنّ طريقة الكسور العُشريّة التي اكتشفها العرب هي مستوحاة من طريقة الكسور الستونية التي اخترعها العراقيون القدماء منذ قرابة اربعة آلاف سنة ، وهي تستند الى مبدأ تلك نفسه ، كما مرّ وصفه . فقد كان البابليون منذئذ يعبّرون مثلا عن الساعة الحاديةِ والربع بالصيغة ١٥ و١ أي ساعة وخمسة عشرَ جزءا من ستين جزءا من الساعة . ويعبَّر الآن عن ذلك بالنظام العَشري ، بطريقة مماثلة ، بالصيغة ١,٢٥ اي ساعة وخمسة وعشرون جزءا من مائة جزء من الساعة .

وقد ظلّ العرب يستعملون النظام الستوني الى جانب النظام العَشَريّ زمنا طويلا . ولكنهم اقتصروا في استعماله على الحسابات الفلكية (٥٨) . غير ان الفضل يعود اليهم في كونهم أوّل من اتّبع طريقةً ستونية موحّدة

(٥٦) انظر مثلا : احمد سعيد الدمرداش ـ المصدر السابق ، ص ٢٨٦ .
(٥٧) الدمرداش ـ المصدر السابق ، ص ٢٨٤ .
(٥٨) دائرة المعارف البريطانية الجديدة ـ المصدر السابق ، جـ١١ ، ص ٦٤٠ و : الدمرداش ـ المصدر السابق ، ص ٢٩٠ .

بعد ان كان اليونانيون قد انحرفوا بالنظام فكتبوا كسور العدد فقط بنظام أساسه الستون وكتبوا صحاحه بنظام أساسه العَشَرة ، كما سلف بيانه . فقد استعمل اليونانيون حساب الجمّل شبه العَشريّ كاملا للصحاح فرمزوا الى الآحاد والعشرات والمئات والألف بالحروف ، ولكنهم استعملوا للكسور حروفَ هذا النظام لأجزاء الستينَ فقط من١ الى ٥٩ . وقد أصلح العرب ذلك فكان اتباعهم النظام الستونيّ كاملا في الكسور والصحاح . وقد اقتصروا في كليهما على استعمال حروف الجمّل من ١ الى ٥٩ فقط (٥٩) .

وقد كتب قُشيار بن لَبّان الجيلي ( نحو ٩٧١ – ١٠٤٢ م ) أول وصف للنظام الستوني الموحّد الذي استعمله العرب ، في رسالته الصغيرة المسمّاة ( أصول الحساب الهندي ) (٥٩) . وكانت الوحدة الأساسية عندهم في النظام الستوني هي الدرجة وتساوي الواحد . وفي الكسور سمّوا كلَّ جزء من ستينَ جزءا من الدرجة الدقيقة ، ثم الثانية ، فالثالثة ، فالرابعة .. وهكذا . اما للصحاح فكانوا يذكرون القوة التي تُرفع اليها الستون . وكانوا يكتبون المراتب التصاعدية في هذا النظام من اليمين الى اليسار ، على النقيض مما هو متبع في النظام العشري . فالرقم ٣٣–٧–١٦–٨– ثانيـــة مثلا ، مكتوباً بالحروف ، يُقرأ ٣٣ مرفوعاً مرتين ، و٧ مرفرعا ( مرّة )[٢٥] ، وستَّ عشَرةَ دَرَجة ، وثماني دقائق ، وخمسٌ وعشرون ثانية . وقد يسمّون الصحاح : الدرجة ، والمرفوع ، والمثاني ،والمثالث ، والمرابع ، .. الخ (٦٠) . وقد تضاءل عند العرب استعمال النظام الستونيّ شيئاً فشيئا عندما اكتمل لهم تطور نظام الترقيم العَشَري للصحاح والكسور .

---

(٥٩) ينظر : احمد سعيد الدمرداش ــ المصدر السابق ، ص ٢٨٩ .

(٦٠) انظر : الدمرداش ــ المصدر السابق ، ص ٧٩ ، وص ١٠٣ ــ ١٠٤ ، وص ٢٨٩ .

هكذا توطّد وانتشر النظام العَشَريُّ عند العرب منذ مطالع القَرن التاسع الميلادي ، وتعهدوه بالتطوير والتحسين حتى تمّ لهم في أوائل القرن الخامس عشر كتابةالكسور العُشْرية واكتشاف الفارزة بين الصحاح والكسور . وطوّروا النظام الستّونيّ الذي استعملوه للحسابات الفلكية فكان عندهم منه بعد نهاية القرن العاشر الميلادي نظام ستّونيّ موحّد بالحروف للصحاح والكسور .

ومن الغريب أنه مع كون ارقام العرب العَشَريّة دخلت اوربا منذ القَرن الثاني عشر (٦١) . ظلّ الأوربيون بعدها يستعملون نظامَ الترقيم الرومانيّ التكراريّ العقيم في اكثر حساباتهم ومعاملاتهم التجاريّة واليومية اكثر من اربعة قرون قبل ان يقتنعوا بأفضلية نظام الارقام العربية ، التي فرضت نفسها شيئا فشيئاً بعد ذلك . لسهولتها وطواعيتها لمختلف الأعمال الحسابية (٦٢) .

ويُنسب الى كل من أديلارد اوف باث Adelard of Bath ( كان حيّا : ١١٢٥ ) ، والى روبرت أوف جستر Robert of Chester ( كان حيّا : ١١٤١ ) . والى يوحنا الإشبيلي John of Seville ( ت : ١١٥٨ ) ، عملُ أول ترجمة لكتاب الخوارزمي في الحساب الهندي الى اللاتينية . وقد استُعمِلت تلك الترجمة كتابا دراسيّا ومرجعاً زمناً طويلا في اوربا ، وأصلها العربيّ مفقود . وقد نشر بونكومبا نيي Boncompagni ( ت : نحو ١٨٧٠ ) طبعة للترجمة في روما سنة ١٨٥٧ (٦٣) .

وكان من تأثير كتاب الخوارزمي أن أطلق الأوربيون على علم الحساب اسمَ الكورِزْم algorism الذي أخذوه من اسم الخوارزمي . وظلّوا

---

(٦١) انظر : نويكباور ـ العلوم المضبوطة ، ص ٤ .

(٦٢) انظر : طه باقر ـ مقدمة ، جـ١ ، ص ٣٣٦ .
و : جورج سارتون ـ المصدر السابق ، جـ١ ، ص ١٦٨ .

(٦٣) انظر : احمد سعيد الدمرداش ـ المصدر السابق ، ص ٢٧٣ ـ ٢٧٤ .
و : دي.اي . سميث ـ المصدر السابق ، جـ١ ، ص ١٧٠ ، وص ٢٠٩ .

يستعملون هذه التسمية عدة قرون ، قبل ان يَحِل محلَّها مصطلح أَرِثْمَتِكْ arithmetic أي مواءمة الأرقام . وكان يُطلَق في اوربا على الحاسبين بالأرقام العربية اسمُ الخوارزميين algorists ، اما الحاسبون بالأرقام الرومانية ، وهم المحافظون الذين كانوا يستعملون المعداد ، فكانوا يُسَمَّوْن المِعداديين abacists ، وكان النصر في الآخر للمجدِّدين الخوارزميين ، على نحو ما مرّ بيانه(٦٤) . ويستعمل الغربيون الآن مصطلح الكورِذم algorithm أي الخوارزمية للدلالة على طريقة في حلّ المسائل بعدد محدود من الخطوات .

وأخذ الأوربيون مصطلح ( الصفر ) من العرب بلفظه ، مع تحوير بسيط . فقد أصبح اسمه في اللاتينية المتوسطة – حتى القرن الخامس عشر – ( زَفِرُم ) zephirum ، وتحول بالايطالية والفرنسية والانكليزية الى ( زيرو ) zero بمعنى الصفر نفسه . وسمي أيضاً باللاتينية المتوسطة ( صِفرا ) cifra ، الذي اصبح في الفرنسية المتوسطة cifre وفي الانكليزية الحديثة ( صِفَر ) cipher بمعنى الصفر ايضاً . وقد اتخذ لفظ ( صِفرا ) cifra في الايطالية الحديثة معنى الرقم عموما . وكذلك لفظ ( شِفْر ) chiffre الفرنسي ، و ( تْصِفَر ) ziffer الألماني ، المأخوذان منه (٦٥) .

(٦٤) انظر : د. جميل الملائكة – حالة اوربا العلمية قبل انتقال علوم العرب الرياضية والفيزيائية اليها ، مجلة المجمع العلمي العراقي ، المجلد ١٦ ، ص ٣٥ – ٥٩ .
وانظر :
George Sarton — Introduction to the History of Science, vol. 2., p.4, Baltimore, 1931.
وكذلك : زيگريدهونكة – شمس العرب تسطع على الغرب ، ترجمة فاروق بيضون وكمال دسوقي ، ص ٧٥ ، بيروت ١٩٦٤ .

(٦٥) انظر : Webster's Ninth New Collegiate Dictionary — Springfield, Mass., U.S.A., 1983.
و :
Langenscheidt's German-English-English German Dictionary, New York, 1959.

وقد انتقل من العرب الى الأوربيين النظام الستونيُّ الموَّحد ، كما انتقل اليهم النظام العَشَريُّ المطوَّر ، واستمرّ استعماله عند بعض فلكييهم ورياضيِّيهم حتى القَرن السادسَ عشر . ومن بين هؤلاء فرانسوا فييته Francois Viete ( ت : نحو ١٥٨٠ ) ، الذي استعمل الستينيّ الموحَّد في بعض ما كتبه سنة ١٥٥٥م (٦٦) . وقد زال استعماله ايضاً بعد أن شاع النظامُ العَشَريُّ المطوَّر .

كانت هذه خلاصةً لأحدث المعلومات عن نشأة نظام الأرقام ، والإسهام العظيم الذي قدّمه العراقيون والعرب في تطويرها وإبلاغها حالَها الراهنة التي قُدِّمت بها الى العالم منذ أكثرَ من خمسة قرون ، والتي كانت وما زالت من أهمّ دعائم التقدم العلمي والرقيّ الحضاري بوجه عـام .

---

و :

Det Vries — French — English Science Dictionary, New York, 1940.

و : رياض جيد ـ القاموس الفريد : ايطالي ـ عربي ، بيروت ، ١٩٧٥ .

(٦٦) احمد سعيد الدمرداش ـ المصدر السابق ، ص ٢٨٧ ، وص ٢٩٠ .