عدد خاص
العلوم عند العرب

75-960931

المورد

مجلة تراثية فصلية

تصدرها وزارة الثقافة والفنون - الجمهورية العراقية - المجلد السادس - العدد الرابع ١٣٩٨ - ١٩٧٧ م

مساهمة العرب والمسلمين في تطوير علم الجبر

بقلم الدكتور

أحمد سعيد الدمرداش

كلية الآداب ـ الجامعة المستنصرية

« المدخل الى البحث »

هذه كلمة اقدمها قبل الدخول في تفاصيل البحث ، لاني وجدت انه لا بد منها .

ان هذا البحث مختصر جدا ، ومقصور على « علم الجبر » ، دون بقية العلوم الرياضية .

وان هذا البحث اشار الى من كان له ابتكار في علم الجبر طور فيه هذا العلم .

وتجاوز البحث اسماء كثيرين ممن ساهموا في علم الجبر ولكنهم لم يكونوا من ذوى الابتكار فيه .

وتجاوز ذكر التفاصيل التي تتعلق بجهود العلماء المبتكرين عندما لا تكون تلك الجهود ذات دفع لعجلة التقدم العلمي .

* * *

وان المراجع التي رجعت اليها كثيرة الى حد ما ، وقد اشرت اليها في اصل البحث وفي هوامشه .

ولكني مدين بالدرجة الاولى الى اربعة كتب:

الاول : « تراث العرب العلمي » للاستاذ قدري طوقان والثاني : « تاريخ علم الرياضيات» للاستاذ : ف . كاجوري والثالث : « تاريخ الرياضيات عند الهنود » . للاستاذين : ب . داته، و أ . ن . زنج .

والرابع : « بناة علم الرياضيات » . للاستاذ ا . هوپر وكل المعلومات التي لم أشر اليها فهي من الاول .

* * *

وانتهز هذه الفرصة الذهبية لاقدم أجزل الشكر لهيئة تحرير مجلة « المورد الرصينة » لاتاحتها المجال امام هذا البحث لياخذ مكانا في العدد الخاص بالعلوم عند العرب .

وانا بذلك سعيد وفخور ....

الرياضيات من العلوم العقلية التي تشترك فيها جميع شعوب الارض المتحضرة بحيث يستحيل على الباحث ان يتناول موضوعا من مواضيع الرياضيات عند أمة بمعزل عن وجوده عند الامم الاخرى

فالامم المتحضرة جميعها قد ساهمت في بناء صرح الرياضيات الكبير وتعاونت شعوب المعمورة تعاونا منظورا وغير منظور في اكمال ذلك البناء الشامخ .

وكذلك وجدت انه من المستحسن ان اقسم الموضوع الى مبحثين : الاول : يتناول جهود الامم (من غير العرب والمسلمين) في الرياضيات . والاخر : يتناول جهود العرب والمسلمين في ميدان الجبر . اما المبحث الاول فهو يشير الى أهم القضايا والمسائل التي تناولتها الامم من غير العرب والمسلمين في ميدان الرياضيات ، مع الاشارة الى اهم الاسماء التي كان لها تأثير في التفكير الرياضي عند العرب والمسلمين .

المبحث الاول

ويتناول الرياضيات عند :

(١) قدماء المصريين ...
(٢) اليونان والرومان .
(٣) الهنود .....

(١) الرياضيات عند قدماء المصريين :

يعد المصريون القدماء السابقين للمدنية الاغريقية ومن اقدم الامم التي ساهمت في بناء صرح

الرياضيات ، نتيجة للابحاث التي قام بها العلماء المحدثون(١) .

وقد اخبرنا هؤلاء العلماء ان قدماء المصريين توصلوا الى حل معادلة الدرجة الاولى ذات المجهول الواحد ، على الصورة الاتية :

اس = ب

ثم توصلوا الى حل معادلات الدرجة الثانية.

كما نجد عندهم مسائل تحتاج في حلها الى معادلتين آنيتين ، احداهما او كلتاهما من الدرجة الثانية . كما انهم استخدموا علامة الجذر التربيعي فعلا في هذه المسائل .

ويعتقد بعض الباحثين ان المصريين القدماء عرفوا النظرية المنسوبة الى « فيثاغورس » بصورتها التطبيقية ، وانهم سبقوا اليونان الى معرفها بزمن طويل .

(١) الرياضيات عند اليونان :

اتصل اليونان بالمصريين ، واخذوا عنهم ، واضافوا اضافات جديدة مهمة في ميدان الرياضيات لاسيما الهندسة ولعل من اكبر الشخصيات التي يعرفها كل الدارسين «اقليدس» Euclid (ظهر حوالي سنة ٣٠٠ ق.م) . الذي تعزى اليه الهندسة الاقليدية .

ويسمى كتابه في الهندسة كتاب المبادىء Elements وقد عرفه العرب المسلمون في عصر الرشيد ، قبل ان تعرفه اوربا . ويقول «هوپر» A. Hooper : ومن الغريب ان العرب عرفوا كتاب المبادىء لاقليدس في اصله الاغريقي وجاءهم عن طريق القسطنطينية . وعرف في اوربا في القرون الوسطى عن طريق الترجمات العربية ، وليس عن طريق اي مخطوط اغريقي(٢) .

واهم محتويات كتاب اقليدس(٣) .

- تطابق المثلثات ، المتوازيات .
- المساحات .
- الاشكال المرسومة داخل الدائرة او خارجها .
- التناسب هندسيا .
- تشابه المضلعات .
- الحساب ونظريات الاعداد القديمة .
- الهندسة المجسمة .

وفي كتاب « اقليدس » مسائل تؤول الى حلول هندسية لمعادلات الدرجة الثانية(٤) .

ويعد في حكم الثابت ان رياضيي الاغريق في عصر « فيثاغورس » Pythagoras كانوا يعلمون الحل الهندسي لمعادلات الدرجة الثانية.

ومن القضايا المعروفة في الهندسة هي « نظرية فيثاغورس » التي تنص على ان « المربع المنشأ على وتر الزاوية القائمة يعادل مجموع المربعين المنشأين على الضلعين القائمين »(٥) .

وصرف فيثاغورس وغيره من علماء الاغريق جل اهتمامهم الى الاعداد ووضعوا نظريات عن الاعداد وخصائصها ، وقسموها الى زوجية وفردية(٦) .

وظهر ارخميدس Archimedes (حوالي سنة ٢٥٠ ق . م).

واعظم عمل قام به هو قياس محيط الارض. Circumference of the earth ، وقدره بحوالي ٣٠٠٠٠ ميل(٧) .

اما علم الجبر فلم يكن عند الاغريق علما مستقلا بل كانوا يعدونه جزءا من الحساب ، ولذلك نجد كتاب الحساب لـ « ديوفانطوس » Diophantus يحتوي على بعض الرموز الجبرية ، وعلى معادلات من الدرجة الاولى والثانية(٨) ، وعلى حالة خاصة لمعادلة تكعيبية واحدة .

---

(١) المراجع التي اعتمدت عليها في هذه الفقرة هي :
Makers of Mathematics, by ALFRED Hooper (London 1948)
وتراث العرب العلمي ، للاستاذ قدوري طوقان (ط . ثالثة القاهرة ١٩٦٣) ومقدمة كتاب الجبر والمقابلة للخوارزمي للاستاذين د . علي مصطفى مشرفة والدكتور محمد مرسي احمد (القاهرة ١٩٣٩) .

(٢) Makers of Mathematics, p. 47

(٣) تراث العرب العلمي / ٣٩ وما بعدها .

(٤) مقدمة كتاب الجبر والمقابلة /٤ .

(٥) Makers of Mathematics, p. 40
(وفيه تفصيلات كثيرة عن « فيثاغورس ») . ومن الطريف ان هذه النظرية عرفت عند البابليين والمصريين القدماء قبل الاغريق .

(٦) تراث العرب العلمي .

(٧) Makers of Math., p. 49
التقدير حصل بعد تحويل المقياس الاغريقي الى النظام المتري .

(٨) تراث العرب العلمي .

لكن الذي يقلل من اهمية تلك المسائل انها كانت تحل بطرق خاصة غالبا ، وقلما اتبعوا في حل بعضها طرقا تحليلية .

ويعتقد بعض مؤرخي الرياضيات ان الانتقال الى الوضع التحليلي لحل معادلات الدرجة الثانية حدث في الفترة ما بين عصر اقليدس وعصر ديوفانطوس .

(٣) الرياضيات عند الهنود :

اما في « الهند » فقد ظهر فيها مجموعة من العلماء الرياضيين اشهرهم « آريابهاتا الاول »(٩) (ظهر سنة ٤٩٩ م) الذي اوجد طريقة لاستخراج الجذر التربيعي للاعداد Square - Root كما عرف حدود المتوالية العددية او عرف الحد الاول والاساس ومجموع الحدود ، وهي اهم عناصر المتوالية . واوجد طريقة لحل معادلة من الدرجة الثانية .

ثم ظهر « براهما جبتا » Brahmagupta (سنة ٦٢٨م) فوضع طريقتين لحل المعادلة من الدرجة الثانية(١٠) .

وفي عصر الخوارزمي ظهر العالم الرياضي الهندي « ماهافيرا » Mahavira (سنة ٨٥٠م) ، الذي عرف كثيرا عن العمليات التي يدخل فيها « الصفر » Zero وقد قال : (ان اي عدد يضرب في صفر ينتج عنه صفر ». كما عرف بقية العمليات الاربع حين يدخل فيها الصفر(١١) .

ومما تجدر الاشارة اليه ان استعمال الصفر في العمليات الرياضية عند الهنود يرجع الى « پنغالا » Pingal الذي ظهر حوالي (٢٠٠ ق . م) ، وهو اول من استعمل الصفر في عملية حسابية(١٢) .

وفي الختام نقول ما قاله مؤرخ علم الرياضيات « كاجوري » : (لقد وصل علم الحساب وعلم الجبر ـ عند الهنود ـ درجة اعظم مما هي عليه عند الاغريق . ووصل الاغريق في علم الهندسة الى درجة من النضج لم يصل اليها الهنود)(١٣) .

فاين وصل المسلمون والعرب في مضمار تلك الميادين وما هي الاشياء التي ابتدعوها ؟

ذلك ما ستتكفل به السطور القادمة او ببعضه على الاقل ! .

المبحث الثاني

علم الجبر عند العرب والمسلمين

واول العلماء الذين يشار اليهم بالبنان هو « محمد بن موسى الخوارزمي » المعاصر للمأمون .

فهو السابق الى التاليف في الجبر ، وهو اول من اطلق هذه اللفظة على هذا العلم في كتابه المعروف : الجبر والمقابلة . ومن حسن حظنا ان الكتاب مطبوع بمصر سنة ١٩٣٩ بتحقيق الاستاذين : الدكتور علي مصطفى مشرفة والدكتور محمد مرسي احمد .

وماذا يريد الخوارزمي بالجبر والمقابلة ؟

اذا نظرنا الى المعادلة :

ب س + ٢ حـ = س٢ + ب س ـ حـ

فبالجبر تصبح :

ب س + ٢ حـ + حـ = س٢ + ب س

وبالمقابلة تصبح : ٣ حـ = س٢ .

ولاهمية كتاب « الجبر والمقابلة » فقد ظل مصدرا لعلماء الرياضيات في الشرق والغرب ، مدة طويلة(١٤) .

---

(٩) Aryabhata I ، تمييزا له عن آريابهاتا الثاني (٩٥٠م) ، وقد اكمل الاخير ما بداه الاول في حل المعادلة من الدرجة الثانية ، اذ أوجد الثاني طريقة اخرى لحلها . ولم يتميز بينهما « كاجوري » في كتابه تاريخ الرياضيات ولا محققا كتاب الجبر والمقابلة للخوارزمي . انظر :
History of Hindu Mathematics, vol. II, p. 67 and, F. Cajori: A History of Math. p. 85

(١٠) op. cit, Vol I, p. 156 (a)
(كما عرف الجذر التكعيبي عالم هندي اخر)
Op. Cit, 1: 175
A history of Hindu Math. vol. II, p. 62
(وقد شرح المؤلفان طريقته في حل المعادلة من الدرجة الثانية باسهاب) .

(١١) Op. Cit vol. I, p. 240

(١٢) Op. Cit. 1: 175

(١٣) A history of Math., p. 83

(١٤) نشر الكتاب « فردريك روزن » في لندن سنة ١٨٣١م ، وفي ←

واول من شرحه شجاع بن أسلم . واعترف باسبقية الخوارزمي في هذا المضمار(١٥) .

وشرحه ايضا : سنان بن الفتح(١٦) الحاسب الحراني كما شرحه كثير من أهل الاندلس ، كما يقول « ابن خلدون »(١٧) .

● بدأ الخوارزمي فبين الانواع الثلاثة من الحدود الداخلة في حل المعادلات من الدرجة الثانية ، فقال : (إني وجدت الاعداد التي يحتاج اليها في حساب الجبر والمقابلة على ثلاثة أضرب ، وهي : جذور واموال وعدد مفرد لا ينسب الى جذر ولا الى مال)(١٨) .

فالجذر هو مايرمز له بالرمز س

والمال هو س٢ .

والعدد المفرد هو الخالي من س ، ومن س٢

● ثم ذكر المعادلات التي تحتوي على حدين من هذه الحدود ، وعدد انماطها الثلاثة ، وهي على الترتيب :

(١) أس٢=ب س
(٢) أس٢=حـ
(٣) ب س=حـ

● وبعد ان شرح الخوارزمي المعادلات التي تحتوي على حدين ، اتى على الحالة العامة في معادلات الدرجة الثانية حيث توجد ثلاثة حدود. وقد قسم معادلات الدرجة الثانية منقولة الى المصطلح الرياضي الحديث ، كما يأتي :

(١) أس٢+ب س=حـ
(٢) أس٢+حـ=ب س
(٣) ب س+حـ=أ س٢

● وبين حل كل نوع من هذه المعادلات وشرحه بأمثلة عددية(١٩) .

● وتنبه الى الحالة التي يكون فيها الجذر « كمية تخيلية »(٢٠) ، وذلك عندما يستحيل ايجاد قيمة حقيقية للمجهول « فالمسالة مستحيلة» على حد تعبير الخوارزمي .

● ثم تحدث عن الحالة التي يتساوى فيها جذرا المعادلة ، ويكون كل منهما مساويا لنصف معامل (س) .

● ثم تحدث عن العمليات الاربع في الجبر، وعن كيفية ادخال المقادير الجبرية تحت الجذر التربيعي او اخراجها(٢١) .

● واهم مافي الكتاب هي « المسائل الست »(٢٢) .

وقد تأثر بها كثير ممن الف في الجبر بعد الخوارزمي ، لا سيما محمد بن الحسن الكرخي في كتابه « الفخري » .

ونورد المسالة الاولى مثالا يغني عن بقية المسائل ، ويبين طريقة الخوارزمي في حلها ، فالمسالة الاولى نحو قولك : (عشرة قسمتها قسمين فضربت احد القسمين في الاخر ، ثم ضربت احدهما في نفسه ، فصار المضروب في نفسه مثل احد القسمين في الاخر اربع مرات).

ثم يشرع في حل المسالة ويسمى الحل « قياسا » فيقول : (فقياسه ان تجعل احد القسمين شيئا والاخر عشرة إلا شيئا ، فتضرب شيئا في عشرة ، الا شيئا ، فتكون عشرة اشياء الا مالا ، ثم تضربه في اربعة ـ لقولك اربع مرات ـ فيكون اربعة امثال المضروب من احد القسمين بالاخر ، فيكون ذلك اربعين شيئا الا اربعة اموال، ثم تضرب شيئا في شيء ـ وهو احد القسمين ـ في نفسه فيكون مالا يعدل اربعين شيئا الا اربعة اموال فاجبرها بالاربعة الاموال وزدها على المال فيكون اربعين شيئا تعدل خمسة اموال ، فالمال الواحد يعدل ثمانية اجذار ، وهو اربعة وستون، جذرها ثمانية ، وهو أحد القسمين المضروب في نفسه ، والباقي من العشرة اثنان ، وهو القسم الاخر) .

اي انه حل المسالة ، حسب المصطلح الجبري الحديث ، كالاتي :

نفرض ان احد القسمين = س

فالاخر =١٠ ـ س

∴ (١٠ـس) (١٠ ـ س) =٤س (١٠ـ س)

سنة ١٩١٥ ، نشر« كاربنسكي » ترجمة للكتاب المذكور عن ترجمة شستر اللاتينية التي ترجمت في القرون الوسطى .

(١٥) كشف الظنون ٢/١٤٠٨ .
(١٦) الفهرست / ٢٨١ .
(١٧) مقدمة ابن خلدون /٤٨٤ .
(١٨) كتاب الجبر والمقابلة /١٦ .
(١٩) نفسه /١٨ .
(٢٠) نفسه /٢١ .
(٢١) كتاب الجبر والمقابلة /٢٧ ، ٣٠ ، ٣١ ، ٣٢ .
(٢٢) نفسه /٣٤ وما بعدها .

والطريقة الاخرى هي :

نفرض ان احد القسمين = س

∴ القسم الاخر = ١٠ – س

∴ س٢ = ٤س (١٠ – س)

س٢ = ٤٠س – ٤س٢

∴ ٥س٢ = ٤٠ س

وبقسمة الطرفين على (٥ س) ، ينتج ان س=٨ ، وهو القسم الاول

فالقسم الاخر =٢

والطريقة الاخيرة هي التي اتبعها الخوارزمي، كما رأينا في النص المنقول من كتاب « الجبر والمقابلة » .

● ومن اهم القضايا الجبرية التي قام بها الخوارزمي انه اعطى طريقة جديدة لايجاد احد جذري المعادلة . وبهذا اضاف الى عمل « ديوفانطوس » الاغريقي اضافة هامة اذ لم يتوصل الاخير الا الى ايجاد جذر واحد لها(٢٣) .

● واستعمل انماطا ثلاثة من المعادلات لم يستعملها احد قبله ، وهي(٢٤) .

(١) س٢+١٠س=٣٩ .

(٢) س٢+٢١=١٠س

(٣) ٣س+٤=س٢

وقد استفاد منها علماء الجبر بعده ، لاسيما « عمر الخيام »(٢٥) .

وظلت معادلته الاولى (س٢+١٠س=٣٩)، القاعدة الذهبية في علم الجبر لقرون عديدة كما يقول « كارپنسكي »(٢٦) .

وبهذا وامثال هذا المجهود الكبير ، اصبح الخوارزمي اماما في علم الجبر ، وصار اسمه علما على « اللوغاريتمات » اذ اشتقت من اسمه(٢٧) .

* * *

واتم عمل الخوارزمي ، « ابو كامل شجاع ابن اسلم الحاسب المصري » ، وظهر في القرن الثالث الهجري او بين سنة ٨٥٠ وسنة ٩٣٠م .

(٢٢) Cajori: A history of Math., p. 103

(٢٤ ، ٢٥) Op. Cit, 102, 103

(٢٦) History of Math., p. 102

(٢٧) Op. Cit, p. 103

ويظهر من كلام «القفطي» ان ابا كامل :(كان فاضل وقته وعالم زمانه)(٢٨) .

وكتابه الذي اكمل فيه ما بداه الخوارزمي اسمه : « كمال الجبر وتمامه » ، ويعترف فيه بفضل السابق فيقول : (ان كتاب محمد بن موسى المعروف بكتاب الجبر والمقابلة ، اصحها اصلا واصدقها قياسا . وكان مما يجب علينا من التقدمة والاقرار له بالمعرفة وبالفضل ، اذ كان السابق الى كتاب الجبر والمقابلة والمبتديء له ، والمخترع لما فيه من الاصول التي فتح الله لنا بها ما كان متغلقا وقرب بها ما كان متباعدا وسهل بها ما كان متعسرا)(٢٩) .

وبيّن عمله في الكتاب الجديد فقال : (ورأيت فيها مسائل ترك شرحها وايضاحها ففرعت منها مسائل كثيرة ، يخرج اكثرها الى غير الضروب الستة التي ذكرها الخوارزمي في كتابه، فدعاني الى كشف ذلك وتبيينه ، فالفت كتابا في الجبر والمقابلة) .

* * *

ثم جاء ابو عبدالله محمد بن عيسى المعروف بالماهاني ، وهو من علماء الرياضيات المعروفين في بغداد او اخر القرن الثالث الهجري . وكان له قدر معروف بين علماء الاعداد والهندسة(٣٠).

ومن اهم اعماله حلّ ما يسمى « بمسألة ارخميدس »(٣١) Archimedean Problem بوساطة معادلة تكعيبية وهو اول من فعل هذا على حد تعبير « كاجوري»(٣٢) .

والمعادلة التي وضعها هي :

س٣ + ب ح٢ = هـ س٢

ولذلك عرفت هذه المعادلة – بين علماء العرب والمسلمين – بمعادلة الماهاني .

* * *

وفي عصر « الماهاني » ظهر سنان بن الفتح

(٢٨) اخبار العلماء باخبار الحكماء /١٤٣ .

(٢٩) كشف الظنون ١٤٠٨/٢ .

(٣٠) اخبار العلماء باخبار الحكماء /١٨٦ .

(٣١) Cajori: Op. Cit, p. 107

(والمسألة تتعلق بقطع الكرة بمستو الى جزاين بين حجميهما نسبة معلومة) .

(٣٢) Op. Cit. p. 107

الحراني وله مؤلفات في الحساب والجبر(٣٣) اشهرها : « الكعب والمال والاعداد المتناسبة ». وتوجد منه نسخة بدار الكتب المصرية .

ويعد عمل « الحراني » في الجبر مكملا لعمل « الخوارزمي » مع زيادة في المنهج الجديد . اذ الجديد في هذا العمل انه بناه على اساس النسبة. ويشرح منهجه الجديد فيقول : « والحساب تجري اعداده اذا اخرجت على النسبة ، على التوالي ، على ان تسمى الاول : عددا ، والثاني: جذرا ، والثالث : مالا ، والرابع : مكعبا ، والخامس : مال المال ، والسادس : مدادا ، والسابع ، مال الكعب ، ثم تكون النسبة الثامنة والتاسعة » .

ومن الامثلة على ذلك قوله : (وان قدر العدد والجذر من المال كقدر الجذر والمال من المكعب ، وكقدر المال والمكعب من مال المال ، وكقدر ، المكعب ومال المال من المداد(٣٤) . وهذا حسب التعبير الرياضي الحديث ، كالاتي :

$$\frac{1+س}{س^2} = \frac{س+س^2}{س^3} = \frac{س^2+س^3}{س^4} = \frac{س^3+س^4}{س^5}$$

* * *

ومن علماء الرياضيات المكملين لاعمال العلماء السابقين ، ابو الحسن ثابت بن قرة المولود بحران سنة ٢٢١هـ والمتوفى ببغداد سنة ٢٨٨هـ .

وهو متعدد المواهب ، اذ برع في الهندسة والحساب والجبر والطب والفلك والفلسفة وكان يحسن السريانية والعبرية واليونانية ، جيد النقل الى العربية(٣٥) .

وان الذي يتصل ببحثنا من جهوده حله بعض المعادلات التكعيبية بطرق هندسية ، استعان بها بعض علماء العرب في بحوثهم الرياضية في القرن السادس عشر الميلادي(٣٦) .

ومن مآثره انه اشتغل بالهندسة التحليلية فاجاد فيها كل الاجادة ، وله منها ابتكارات لم يسبق اليها وقد وضع كتابا في « الجبر » بين فيه علاقة الجبر بالهندسة .

وله طريقة مبتكرة لايجاد « الاعداد المتحابة» Amicable numbers شرحها «كاجوري» في كتابه : « تاريخ الرياضيات »(٣٧) .

(٣٣) الفهرست /٢٨١ .
(٣٤) تراث العرب العلمي /١٨٠ .
(٣٥) Cajori: op. cit., p. 104
(٣٦ ، ٣٧) Op. Cit., p. 104

وجاء بعد اولئك الافذاذ العالم الرياضي محمد ابن محمد بن يحيى المعروف بابي الوفاء البوزجاني من ٣٢٨ – ٣٨٧هـ = ٩٤٠–٩٩٨م) .

ولد في « بوزجان » (وهي بلدة صغيرة بين هراة ونيسابور) .

ولما بلغ العشرين من العمر جاء الى بغداد ، وهناك قوى عوده وظهر نجمه .

وكتب في الجبر وزاد على بحوث الخوارزمي زيادات في علاقة الجبر بالهندسة .

وقد حل هندسيا المعادلتين :

س٤ = حـ
س٤+حـ س٢=ب

وهو اول من استعمل « الظل » في حل المسائل الرياضية ، واوجد طريقة جديدة لحساب جداول الجيب وكانت جداوله دقيقة(٣٨) .

وله مآثر في الهندسة والمثلثات كان لها اكبر الاثر فيمن جاء بعده من علماء الشرق والغرب(٣٩).

* * *

وفي اواخر القرن الخامس ظهرت شهرة **محمد بن الحسن الكرخي** (المتوفى في حدود سنة ٤٠٠هـ ، على رواية كشف الظنون ١/٢٣٧) .

وله في الرياضيات ثلاثة كتب هي : الفخري والكافي والبديع . واهمها الاول . وهو فيما يبدو من ابوابه واقسامه ، انه في الجبر والحساب ، ولذلك سماه بعضهم « الفخري فيالحساب »(٤٠). وسماه اخر : « الفخري في الجبر والمقابلة »(٤١).

ويظهر ان السمة الغالبة على الكتاب هي السمة الجبرية ، وهو قسمان :

الاول : يشتمل على خمسة عشر بابا ، يتناول فيها بعض نظريات الجبر والحساب ، والاعمال الاربعة . ويتناول مسائل في النسبة واستخراج الجذور الصماء ، وضربها وقسمتها. وفيه قواعد جديدة في التربيع والتكعيب . واتى فيه على مسائل تحل بطرق جبرية .

(٣٨) Cajori: op. cit., p. 106
(٣٩) تراث العرب العلمي ، صفحات : ٢٢٩–٢٣٦ .
(٤٠) هذا اسم الكتاب في النسخة الموجودة في مكتبة « كوبريلى » بتركيا ، برقم عمومي هو (٩٥٠) ، (مجلة المورد ، المجلد الخامس ، العدد الرابع ١٣٩٧هـ/ ١٩٧٦م ، ص ٢٠) .
(٤١) تراث العرب العلمي .

وفي الباب الثاني عشر تحدث عن « المسائل الست » التي سبقه اليها « الخوارزمي » .

اما الباب الثالث عشر فقد اشتمل على معادلات من الدرجة الرابعة . وغيرها .

فقد حل المعادلة :

س٤ + ٥س٢ = ١٢٦ .

والقانون الذي استعمله هو :

$$س = \sqrt{\left(\frac{ب}{٢}\right)^{٢} + م حـ} - \frac{ب}{٢}$$

وحل معادلات من النمط الاتي :

$$م س^{ن} + ب س + حـ = ٠$$

اما القسم الثاني فقد تضمن ما يزيد على (٢٥٠) مسالة تؤدي الى معادلات من الدرجة الاولى والثانية ودرجات اعلى .

كما نجد في هذا القسم حلولا للمعادلات غير المعينة « او السيالة » .

وهو مبدع مبتكر في معظم الاساليب والطرق التي اتبعها في حل مسائل النوعين من المعادلات .

(١) ففي المعادلات المعينة :

ا ـ اتى على مسائل تؤول في حلها الى المعادلة :

س٢ + ٥ = ص٢

وقد حلها بفرض (ص) = س + ١

ب ـ واتى على مسائل تؤول في حلها الى المعادلة:

س٢ + ٥ س + ٥ = ص٢

ج ـ وحل المسالة الاتية : « ما العدد الذي لو اضيف اليه مربعه لكان الناتج مربعا ، ولو طرح منه مربعه لكان الناتج مربعا » ؟

وهي تؤول الى المعادلتين :

س٢ + س = ص٢

، س ـ س٢ = ع٢

(٢) اما المعادلات غير المعينة (او السيالة) فمن الامثلة على ذلك المسالة الاتية :

« اوجد عددين بحيث يكون الاول مع مربع الثاني مربعا ، والثاني مع مربع الاول مربعا» .

وهي تؤول الى :

س٢ + ص = ط٢

، ص٢ + س = ن٢

وقد ترجم المستشرق « ويبكه » Woepcke كتاب « الفخري » الى الفرنسية سنة ١٨٥٣م ، فقال عن اطلاع ومعرفة : (ان الكرخي كان مبتكرا في حلوله ، وانه على الرغم من اتباعه ـ في بعض المسائل ـ طرقا تشبه طرق الهنود ، الا انه يمكن القول : ان الكرخي يمثل التفكير العربي المستقل في معالجة المباحث الرياضية او في حلول المعادلات المعينة ، وغير المعينة (السيالة)(٤٢) .

وعمر الخيام (ت ٥١٥هـ = ١١٢١م) ، كان من اعظم علماء الرياضيات في عصره ، وكان معروفا بين معاصريه بانه عالم بالرياضيات والفلك وفيلسوف ولذلك لقب بالحكيم وهو من ابناء « نيسابور » .

الف في الجبر والهندسة .

فكتابه في الهندسة الموسوم بـ « رسالة في شرح ما اشكل من مصادرات كتاب اقليدس » ، باق ، وقد حققه الاستاذ الدكتور عبدالحميد صبرة وطبع بمصر ١٩٦١ .

وماذا يريد الخيام بالمصادرات ؟ انه يريد بها النظريات في اصطلاحنا الرياضي ، او المسائل ، ومثال ذلك قول الخيام : (وقد اتى ـ اي : اقليدس ـ بمصادرة عظيمة ولم يبرهن عليها وهي قوله : ان كل خطين مستقيمين يقطعان خطا مستقيما على نقطتين خارجتين منه في جهة واحدة على اقل من زاويتين قائمتين فانهما يلتقيان في تلك الجهة)(٤٣) .

وقد ذكر في هذه الرسالة كل المسائل التي طرحها اقليدس بدون برهان ، ثم اتى عليها واحدة واحدة فبرهن عليها هندسيا . وجعل الكتاب في ثلاث مقالات كل مقالة تحتها مسائل سمى كل مسالة شكلا(٤٤) .

اما كتابه الجبري فاسمه : « مقالة في الجبر والمقابلة » وقد ترجمه ويبكه ونشره في باريس سنة ١٨٥١م .

---

(٤٢) تراث العرب العلمي /٢٨٧ .
(٤٣) رسالة الخيام المذكورة /٥ .
(٤٤) المرجع نفسه /١٩ وما بعدها .

وله كتاب « ميزان الحكمة » . بالاضافة الى رباعياته ، المشهورة ، دون كتبه العلمية !!

ومأثرته في علم الجبر تتجلى في انه من اوائل الذين حاولوا تقسيم المعادلات الى اقسام متنوعة . وجعل معادلات الدرجة الاولى والثانية والثالثة اما بسيطة واما مركبة .

● فالبسيطة تكون على ستة اشكال ، هي :

(١) حـ = س

(٢) حـ = س٢

(٣) حـ = س٣

(٤) م س = س٢

(٥) م س = س٣

(٦) م س٢ = س٣

● والمعادلات المركبة تكون على اثنتى عشرة صورة هي :

(١) س٢ + د س = حـ

(٢) س٢ + حـ = د س

(٣) د س + حـ = س٢

(٤) س٢ + د س٢ = حـ س

(٥) س٢ + حـ س = د س٢

(٦) حـ س + د س٢ = س٣

(٧) س٢ + حـ س = هـ

(٨) س٢ + هـ = حـ س

(٩) حـ س + هـ = س٣

(١٠) س٢ + د س٣ = هـ

(١١) س٣ + هـ = د س٣

(١٢) د س٣ + هـ = س٣

● والمعادلات المركبة قد تكون مركبة من اربعة حدود ، كالاتي :

س٣ + د س٢ + حـ س = هـ

، س٣ + د س٢ + هـ = حـ س

، س٣ + د س٢ = حـ س + هـ

، س٣ + حـ س = د س٢ + هـ

س٣ + هـ = د س٢ + حـ س

ومن مآثره في الجبر انه حل المعادلات التكعيبية هندسيا ، وهي :

(م ، حـ) في المعادلات الاتية اعداد موجبة صحيحة :

(١) س٢ + د٢ س = د٢حـ

وان جذور هذه المعادلة هو الاحداثي الافقي لنقطة تقاطع الخطين البيانيين للمعادلتين :

س٢ = د ص

، ص٢ = س (حـ ـ س)

ـ ـ ـ

(٢) س٢ + م س٢ = حـ٢

وجذورها هو الاحداثي الافقي لنقطة تقاطع الخطين البيانيين للمعادلتين :

س ص = حـ٢

، ص٢ = حـ (س + م)

ـ ـ ـ

(٣) س٣ + م س٢ + د٢س = د٢ حـ

وجذورها هو الاحداثي الافقي لنقطة تقاطع الخطين البيانيين للمعادلتين :

ص٢ = (س+م) (حـ ـ س)

، س (د + ص) = د حـ

ـ ـ ـ

ومن مآثره انه وضع قانونا لحل معادلات ذات الدرجة الثانية التي تكون من النمط :

س٢ + د س = حـ

والقانون هو :

$$س = \sqrt{\frac{1}{4} د^2 + حـ} - \frac{1}{2} د^2$$

واوجد قوانين اخرى لحل المعادلات التي تكون على النمط الاتي :

س٣ + حـ = د س

، د س + حـ = س٣

وقد تمكن « الخيام » من ايجاد مفكوك المقدار الجبري ذي الحدين عندما تكون قوته مرفوعة الى الاسس : ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ .... او اكثر بواسطة قانون كشفه هو .

وقد توصل الرياضيون قبله الى فك المقدار

الجبري ذي الحدين ، اذا كان أسه (٢) ، اما ما فوق ذلك فاول من توصل اليه « الخيام »(٤٥).

اوليس « عمر الخيام » نابغة ؟ اوليس هذا رجلا عظيما ؟

اليس هو واحدا من اكابر العلماء في الرياضيات في العالم كله ؟ بلى ! وربنا ...

* * *

واذا ما توجهنا شطر المغرب والاندلس فاننا نجد عالمين كبيرين :

(١) ابن البناء المراكشي : ابو العباس احمد بن محمد بن عثمان الازدي (٦٥٤هـ - ٧٢١هـ)

(٢) القلصادي ، ابو الحسن علي بن محمد بن علي القرشي البسطي (٨١٥-٨٩١هـ) ، و « بسطة » في الاندلس.

اما « ابن البناء المركشي »(٤٦) . فقد كان غزير الانتاج في العلوم الرياضية ، لذ الف ما يقرب من سبعين رسالة وكتابا في الجبر والهندسة والحساب والفلك وغيرها .

وعمله الرئيس يقوم على كتابه « تلخيص اعمال الحساب » وله « كتاب الاصول والمقدمات في الجبر والمقابلة » ، و « رسالة في الجذور الصم وجمعها وطرحها » .

وقد ابان كل من « سمث » و « سارطون » Sarton ان كتاب التلخيص من احسن الكتب في موضوعه .

واهمية الكتاب - فيما يبدو لي - ترجيع الى ان « صاحبه » استطاع ان يطور طريقة حساب الخطائين والمتبعة في حل معادلات الدرجة الاولى ، ووضعها بشكل قانون جبري ويمكن وضع القضية على الصورة الاتية :

اذا كان م س + ب = صفرا ..... (١)

وفرضنا ان س = حـ

ولكن عند التعويض قد لا ينتج ان الطرف الايمن يساوي صفرا ، ولنفرض انه = هـ

∴ م حـ + ب = هـ .... (٢)

ولكن م س + ب = ٠ . (كما في المعادلة ١)

وبالطرح ...

م حـ - م س = هـ

م (حـ - س) = هـ (م عامل مشترك)

وبالتعويض في المعادلة (١) ينتج ان :

$$\frac{هـ\ س}{حـ - س} + ب = ٠$$

$$\therefore س = \frac{ب\ حـ - ب\ حـ - هـ\ حـ}{ب - هـ} = \frac{حـ\ (هـ - ب) - هـ\ حـ}{هـ - ب}$$

وقد اوجد « ابن البناء » طرقا لايجاد القيم التقريبية للجذور الصم . فقد اعطى قيمة تقريبية للمقدار :

$$\sqrt{س^٢ - ص}$$

والقيمة التقريبية لهذا المقدار هي :

$$س + \frac{ص}{٢س + ١}$$

ولهذا كله كان كتاب « التلخيص » موضع اهتمام العلماء في المشرق والمغرب قديما وحديثا .

فقد تناوله بالشرح كثيرون ، اولهم : عبدالعزيز بن داود الهواري ، تلميذ ابن البناء .

وشرحه محمد بن زكريا الاشبيلي .

وشرحه « القلصادي » مرتين .

ويرى « كاجوري » ان عمليات القلصادي بالاضافة الى اعمال ابن البناء في الجذور التكعيبية ابانت طرقا لايجاد الجذور الصم بكسور متسلسلة .

فمن هو « القلصادي » ؟ وما هي مآثره في الجبر ؟

اما « القلصادي » ، فهو ابو الحسن علي بن محمد بن علي القرشي البسطي الشهير بالقلصادي.

درس في « بسطة » مسقط راسه في الاندلس، ثم في « غرناطة » ، ورحل الى « الحجاز » ، ثم

---

(٤٥) ليس هذا كله ما اثر عن « الخيام » . ومن اراد التوسع فعليه بكتاب : « سمث » :
A History of Mathematics, vol. II, p. 442 f.f.
ونحن مدينون لهذا الكتاب بكل هذه المعلومات .

(٤٦) تنظر مصادر ترجمته في : GAL, S 11: 363

عاد الى غرناطة ، ولكنه رحل بعد فترة الى «باجة» من اعمال تونس ، وتوفى هناك سنة ٨٩١هـ = ١٤٨٦م(٤٧) .

تتركز اهمية « القلصادي » في انه ابدع في « نظرية الاعداد » ، وله فيها ابتكارات .

واهم مؤلف له كتاب « كشف الجلباب عن علم الحساب »(٤٨) وهو من اشهر مؤلفات « القلصادي » واكملها . يقع في اربعة اجزاء وخاتمة. وكل جزء في ثمانية ابواب .

والجزء الرابع منه تغلب عليه السمة الجبرية، فابوابه هي :

الباب الاول : في الاعداد المتناسبة .

الباب الثاني : في العمل في الكفات (وقد اتى عليه في جزء الحساب) .

الباب الثالث : في الجبر والمقابلة .

الباب الرابع : في الضرب والمركبات .

الباب الخامس : في الجمع (من علم الجبر والمقابلة) .

الباب السادس : في الطرح .

الباب السابع : في الضرب .

الباب الثامن : في القسمة .

● وقد هذب كتاب كشف الجلباب في كتابه: « كشف الاسرار عن علم حروف الغبار »(*) .

وفي هذا المؤلف استعمل « القلصادي »الرموز الجبرية فقد استعمل لكلمة الجذر الحرف (ح) .

وللمجهول الحرف الاول من كلمة شيء ، (ش)

ولمربع المجهول الحرف الاول من كلمة مال (م)

ولمكعب المجهول الحرف من كلمة كعب (ك)

ولعلامة المساواة الحرف (ل) .

وللنسبة ثلاث نقط (∴) .

● وقد اعطى « القلصادي » قيمة تقريبية للجذر التربيعي للكمية (س٢ + ص) . والقيمة التقريبية هي :

$$\frac{٤س^{٢} + ٣سص}{٤ س^{٢} + ص}$$

● واكمل القلصادي عمل « ابن البناء المراكشي » في تطوير طريقة حساب الخطأين Double false position المستعملة في حل معادلات الدرجة الاولى(٤٩) .

وقد ابان مؤرخو الرياضيات اهمية ابتكارات الرياضي « القلصادي » .

اما « كاجوري » فيرى ان استعمال القلصادي للرموز دفع الرياضيين من بعده الى سلوك ما اسماه « الرمزية الجبرية »(٥٠) Algebraic Symbolism

اما « جينتر » Günther فيرى ان ايجاد القلصادي للقيمة التقريبية للجذر التربيعي في الكمية (س٢ + ص) ، اوضح الطريقة التي يمكن بها استخراج الجذور الصم بصورة متسلسلة(٥١).

وبانتهاء الحديث عن هذا العلم الجبار في الرياضيات ينتهي بحثنا في « مساهمة العرب والمسلمين في تطوير علم الجبر » .

---

(٤٧) ترجمته التفصيلية ومصادرها في GAL S 11, 378

(٤٨) يسميه « كشف الظنون ١٤٨٨/٢ » (كشف الجلباب عن الحساب) .

(*) علم الغبار يعنى علم الحساب (وانظر في سبب تسميته بعلم الغبار كتاب : تراث العرب العلمي /٤٨) .

(٤٩) Cajori: Op. Cit., p. 110

(٥٠) A history of Math., p. III

(٥١) Op. Cit. p. III