المورد

مجلة تراثية فصلية
تصدرها وزارة الثقافة والاعلام - دار الشؤون الثقافية العامة
الجمهورية العراقية

المجلد السادس عشر - العدد الثاني - ١٤٠٧ هـ - ١٩٨٧ م

٢

مساحة الاكر بالاكر للسجزي

دراسة وتحقيق الدكتور

علي اسحق عبد اللطيف

قسم العلوم الرياضية ـ جامعة الملك فهد للبترول والمعادن
الظهران ـ المملكة العربية السعودية

مقدمة

ا ـ تمهيد :

نقدم في هذه الصفحات كتاباً « في مساحة الاكر بالاكر » للسجزي . وحسب علمنا ، فان هذا الكتاب لم يحقق ولم يدرس ولم يترجم اي جزء منه الى اية لغة اجنبية في السابق . ومن المفروض ان المخطوطة التي نعتمدها ام وفريدة ، وبالتالي اهميتها. كما ان مادة الكتاب تخص السجزي وحده وسنتكلم عن هذه الامور لاحقا .

نعلم ان القرن الثالث الهجري (التاسع الميلادي) كان قرنا مزدهرا بالنقل (الترجمة) والتاليف . الا ان هذا الازدهار تضاءل بعض الشيء في النصف الاول من القرن الرابع الهجري (العاشر الميلادي) .

يهمنا النصف الثاني من القرن الرابع الهجري (العاشر الميلادي) الذي راينا فيه انتعاشا وازدهارا قويا للعلوم في البلاد الاسلامية . وقد رعى عضد الدولة (٩٤٩ ـ ٩٨٢ م) وشرف الدولة (٩٨٢ ـ ٩٨٩ م) العلم في هذه الفترة . وكانت معظم الاعمال العلمية اصيلة اضافة الى الاعمال اليونانية . وكذلك راينا كتبا تشبه الموسوعات مثل : كتاب الفهرست لابن النديم وكتاب مفاتيح العلوم لمحمد ابن احمد الخوارزمي . ويقول جورج صارتون[1] (ص : ٦٤٨) : « لم يحدث مثل هذا النشاط الغزير ولا حتى في قمة ايام الاسكندرية » ؛ كما انه يضع صاحبنا احمد بن محمد ابن عبد الجليل السجزي ضمن اهم علماء هذه الفترة ، اذ يقول (ص : ٦٥٤) : « لقد تكلمت عن عدد

WWW.ATTAWEEL.COM

كبير من هؤلاء (أي العلماء) ، دعني اذكر اولااهمهم : محمد بن احمد الخوارزمي ، والقوهي ، والسجزي وعبدالرحمن الصوفي ، وابو الوفاء ،وعلي بن عباس ـ قائمة عظيمة ! » ، ثم يذكر قائمة ثانية مهمة ولكن على درجة اقل اهمية من القائمة الاولى ويذكر من هؤلاء : الصاغاني وابو جعفر الخازن ، واحمد الطبري وغيرهم .

ومن الغريب ان ابن النديم لم يذكر السجزي في كتابه « الفهرست » (٩٨٧م) ، بل اننا لا نجد اي كلمة عن السجزي في معظم المصادر العربية القديمة مثل كتب : ابن النديم والقفطي وابن خلكان.

ب ـ عصر السجزي :

هو : احمد بن محمد بن عبدالجليل السجزي.

السجزي كغيره من كثير من علماء المسلمين ،لا نعلم الكثير عن حياته الخاصة ، كما اننا لا نعلم بالضبط السنة التي ولد فيها او السنة التي توفي فيها ، الا اننا نستطيع تقدير الفترة التي انتج فيها اعماله من الادلة الآتية :

١ ـ يجمع المؤرخون ان السجزي نسخ مجموعةرياضية قيمة للعديد من العلماء سنة ٣٥٨ هـ (٩٦٩م) . وتفهم من كلام فؤاد سزكين(٢)(م٥ ـ ص.٣٢٠) ان هذه النسخة هي نفس مخطوطة باريس ٢٤٥٧ .

٢ ـ يذكر بروكلمان(٣) (ص : ١٨٥) ان السجزي الف سنة ٣٨٩ هـ (٩٩٩م) « رسالة في تحصيل ايقاع النسب المؤلفة الاثني عشرة في الشكل القطاع المسطح بترجمة واحدة وكيفية الاصل الذي تتولد منه هذه الوجوه » .

٣ ـ تقول ايفون دولد (Yvonne Dold - Samplonius) (٤) (ص : ٤٣١) ان السجزي الف كتاب القرانات وتحاويل سني الاعلام « سنة٩٦٧ م وانه اشار في كتابه هذا الى كتاب سابق له اسمه « منتخب من كتاب الالوف (لابي معشر) » .

٤ ـ تقول ايفون دولد [٤] (ص : ٤٣١) انالبيروني كتب الى السجزي بخصوص تحديد اتجاه القبلة وبرهن لاستاذه منصور بنعراق بخصوص الشكل القطاع . وتقول ايضا ان السجزي ذكر ثلاث نظريات للبيروني فيرسالة له بخصوص تثليث الزاوية وانهاها بخمس مسائل للبيروني . (ونتذكر ، البيروني :حوالي ٩٧٢/٣٦٢ ـ حوالي ١٠٤٨/٤٤٠) .

٥ ـ يذكر السجزي في عمل له : « رسالة في قسمةالزاوية المستقيمة الخطين بثلاثة اقسام متساوية » اسماء العديد من علماء المسلمين ومنهم :ثابت بن قرة ويعقوب الشمسي (؟) ، وابو سهل القوهي ، والصاغاني ، والبيروني .

وبالنسبة لتقدير ميلاده ووفاته نذكر مايلي :

١ ـ يكتب جورج صارتون [١] (: ٦٦٥) : «حوالي ٩٥١ ـ ١٠٢٤م » .
ويكتب احمد سعيدان [٥] (ص : ٣٢٢) :٥ ٩٥١/٣٤٠ ـ ١٠٢٤/٤١٥ » ، ونلاحظ ان احمد سعيدان كتب الارقام دون ان يقول :« حوالي » .

٢ ـ تكتب ايفون دولد [٤] (ص : ٤٣١) : «ولد في ساجستان ، ايران حوالي ٩٤٥ وتوفي حوالي ١٠٢٠ » .

٣ ـ نود ان نقول ان الكتاب الذي بين ايدينا مساحة الاكر بالاكر » والذي نسخه مؤلفه ضمن المجموعة الرياضية القيمة المذكورة آنفا سنة٣٥٨ هـ (٩٦٩م) ؛ فيه بعض الاخطاء التي تدل

على اهمال وعدم دقة في العمل ، بل نرجح انمؤلفه قد كتبه بتسرع ولم يراجع عمله ، وقد كان بامكانه تفادي هذه الاخطاء لو انه راجع المادةالتي كتبها . ونعتقد ان مثل هذا الاهمال والتسرع يصدر عن عالم شاب يافع ممتز بمقدرتـــهومتسرع . وعليه فمن المحتمل ان القول « حوالى ٩٥١ ــ ١٠٢٤ م هو الارجح » .

ونستنتج مما اشرنا اليه ان السجزي انتـجمعظم اعماله في الثلث الثالث من القرن العاشـر الميلادي واوائل القرن الحادي عشر الميلادي .

جـ ــ مآثر الســـجزي :

يسجل بروكلمان [٣] (ص : ١٨٤ ــ ١٨٩)للسجزي ٣٧ كتابا ورسالة في الفلك والرياضيات الا ان معظمها في الفلك . كما يسجل فؤاد سزكين[٢] (مم : ٥،٦،٧ له ٦٥ كتابا ورسالة معظمها في الرياضيـات (وبالاخص الهندســـة) والفلكوالتنجيم . ونذكر ان ما سجله فؤاد ســـزكين يشتمل على معظم ما سجله بروكلمان . وحقق احمدسعيدان [٥] (مص : ٣٣٧ ــ ٣٧٢) رسـالة هندسية للسجزي « في تسهيل السبل لاستخراجالاشكال الهندسية » وهذ هالرسالة ليست مذكورة في كتابي سزكين وبروكلمان ، وهي رسالة ماخوذةعن مجموعة رسائل السجزي تضم حوالي ثلاثـين رسالة حصل عليها انطوان هاينن من مكتبة خاصـةفي الباكستان واهـداها لاحمد سعيدان . ومـن المحتمل ان فؤاد سزكين [٢] قد اطلع على مجموعةالباكستان هذه وسجل معظمها في كتابه [٢] .

ومما ذكرناه ، وبمقارنة بسيطة بين ما سجلهسزكين وبروكلمان فاننا نستطيع القول وبـدون تحفظ ان للسجزي ما لا يقل عن ٦٨ كتابا ورسالةمتنوعة وموجودة في مكتبات العالم المختلفة . ونذكر هنا ان بحوزتنا شريطاً مصوراً (ميكرو فلم) لبعضالرسائل الهندسية المذكورة في كتاب سزكين ، وعند تصفحنا لهذه الاشرطة فاننا نستنتج ان السجزيعالج مسائل هندسية مهمة وصعبة . وعليه نقول انه لا يوجد عندنا شك ان السجزي كان عالمـاقديرا في الهندســة والفلك والتنجيم ، كمـا انـه كان غزير الانتاج . وهنا نتساءل : لماذا لم تذكرالمراجع العربية القديمة التي ذكرناها آنفا اي شيء عن العالم القدير احمد بن محمد بن عبدالجليـلالســجزي ؟ !

هذا ونحيل القارىء على كتابي سزكين [٢]وبروكلمان [٣] لقراءة اسماء الكتب والرسـائل التي كتبها السجزي وكذلك ارقام واماكن هـذهالمخطوطات .

اما ما درس من اعمال السجزي فهو قليل .وتتكلم ايفون دولد [٤] عن اهمية اعمال السجزي في الفلك والتنجيم ، كما انها تذكر ان اهم اعمالهكانت في الهندسة وبالاخص في القطوع المخروطية . وقد ترجم فيبكي (F. Woepcke) [٦] الىالفرنسية رسالة السجزي « رسالة في قسمة الزاوية المستقيمة الخطين بثلاثة اقسام متســـاوية » ،ويذكر السجزي في هذ هالرسالة تثليث الزاويـة لثابت بن قرة ، وابي سهل القوهي ، وابي الحسنالهروي وابي حامد الصاغاني والبيروني ثم يضيف انه اول من استعمل الدائرة والقطـع الزائدة فيتثليث الزاوية . كما ان شـوي (C. Schoy) [٧] ترجم الى الالمانيـة « كتاب عمل المســبع فيالدائرة وقسمة الزاوية المستقيمة الخطـين بثلاثة اقسام متساوية » ويضيف شوي ان السجزي حلمسالة عمل المسبع في الدائرة باستعمال القطـوع المخروطية ؛ وينقل عن السـجزي قوله ان عملارشميدس لم يكن عملا ممتازا بهذا الخصوص . ويؤكد بيرجر وكول (H. Bürger and K. Kohl) [٨] على اهمية عمل السجزي في النسبة المؤلفة في الشكل القطاع . كما ان سزكين [٢] يذكر انه يجبعلينا ان نذكر فضل السجزي في عمله « كتاب في

عمل الاسطرلاب » والذي قدم في بعض براهينـه افكارا رياضية اثبتت اهميتها في تطور الرياضيات الحديثة .

لغـة الكتاب ومادتـه

(أ) توضيح مصطلحات الكتاب(*) :

١ ـ الأكر (*) : كرات . ونقرأ في قاموس المنجد[٩] (ص ١٥) : الأكرّة : الحفرة : الكرة : والجمع الأكر .

٢ ـ مساحة الاكر: حجم الاكر. استعمل المسلمون كلمة « مساحة » بمعنى : مساحة الاشكال المستوية وبمعنى حجم الاشكال المجسمة . ونعلم ان الطوسي حرر كتابا لبني موسى ووسمه « معرفة مساحة الاشكال البسيطة والكرية » ، والاشكال البسيطة هي ما نسميه اليوم الاشكال المستوية ، والاشكال الكرية هي ما نسميه اليوم الاشكال الكروية . ويحتوي كتاب بني موسى على بعض النظريات الهندسية القوية والمهمة ومنها : مساحة الدائرة ، ومساحة سطح الكرة ، وحجم الكرة ، ومساحة المخروط الدائري القائم ، وحجم المخروط الدائري القائم .

٣ ـ مساحة الأكر بالأكر : حجم أكر بدلالة حجم أكر أخر . .

٤ ـ عندما يقول المؤلف : كرة ، مكعب ، مجسم(*)، فهو يقصد : حجم كرة ، حجم مكعب ، حجم مجسم .

٥ ـ مساو لمكعبا $\overline{أ}$ ، $\overline{ب}$: مساو لـ « مكعب أ + مكعب ب »

٦ ـ كرة $\overline{ز}$ تعدل كرتا $\overline{حـ}$ ، $\overline{د}$: حجم كرة ز = حجم كرة حـ + كرة د .

٧ ـ فضل* الكرة العظمى* على الكرتين : الفرق بين حجم الكرة العظمى ومجموع حجمي الكرتين . وكذلك ، فضل مكعب $\overline{أ ز}$ على مكعبي $\overline{أ هـ}$ ، $\overline{هـ ز}$:

مكعب أ ز ـ (مكعب أ هـ + مكعب هـ ز) = (أ ز)٣ ـ { (أ هـ)٣ + (هـ ز)٣ } .

٨ ـ التركيب* : هذه الكلمة معرفة في مقدمة المقالة الخامسة من كتاب الاصول لاقليدس ، وتعني انه اذا كانت النسبة أ : ب معلومة ، فان النسبة (أ + ب) : ب ايضا معلومة .

٩ ـ التفصيل* : ايضا هذه الكلمة معرفة في مقدمة المقالة الخامسة لكتاب الاصول لاقليدس ، وتعني انه اذا كانت النسبة أ : ب معلومة فان النسبة (أ ـ ب) : ب ايضا معلومة .

١٠ـ الكرة التي يقوى عليها ضلع مكعب : الكرة التي قطرها يساوي ضلع مكعب .

١١ـ مجسم* : يستعمل المؤلف هذه الكلمة بمعنى متوازي مستطيلات (اي متوازي سطوح مستطيلة).

١٢ـ مجسم يحيط به ضعف $\overline{أ حـ}$ و $\overline{حـ ب}$: مجسم اضلاعه الثلاثة $\overline{أ حـ}$ ، $\overline{أ حـ}$ ، $\overline{جـ ب}$.

١٣ـ مكعب يقوى على اربعة مجسمات : مكعب حجمه يساوي مجموع حجوم اربعة مجسمات .

١٤ـ خط مقسوم على نسبة ذات وسط وطرفين: خط أ ب مقسوم على حـ بحيث أ حـ > حـ ب ؛ أ ب : أ حـ : : أ حـ : أ ب . { راجع مسائل (نظريات) المقالة ١٣ من كتاب الاصول لاقليدس} .

(*) اثرنا الابقاء على بعض مصطلحات السجزي كما وردت في النص الاصلي عند دراستنا وتعليقنا على النص لاننا رأيناها اكثر دلالة على المعنى المقصود ، ولقد اشرنا الى ما الرفناه بعلامة (*) .

١٥ـ النسبة مثناة : تعني مربع النسبة ،

أ أ

اي ـــ مثناة : تعني (ـــ)(٢) .

ب ب

مادة الكتاب :

نعلم من المسالة (النظرية) ١٨ من المقالة ١٢من كتاب الاصول لاقليدس(**) (ومن معرفتنا لقيمة حجم الكرة) ان :

حجم كرة قطرها ا ب (ا ب)٣

ـــــــــــــــــــ = ـــــ

حجم كرة قطرها حـ د (حـ د)٣

ويستعمل المؤلف هذه النسبة في معظم مادةكتابه دون ان يشير اليها .

والمسالة الاولى (ا) في كتاب السجزي هي: « اذا كان مكعب مساوٍ لعدة مكعبات : وعُمِلَ على ضلع المكعب كرة ، وعلى اضلاع المكعبات اكر . فان هذه الكرة تساوي تلك الاكر » .

وتستند معظم مسائل الكتاب على النسبةالمذكورة اعلاه وعلى المسالة الاولى (ا) هذه .

ونجد في المسائل ب = ٢ ، حـ = ٣ ، د = ٤ ؛ هـ = ٥ ؛ و = ٦ ، ز = ٧ ؛ ح = ٨ ، ط = ٩ ،ي = ١٠ ما يلي :

١ ـ يفترض المؤلف كرة عظمى قطرها يساويطول ضلع مكعب اعظم .

٢ ـ يحصر داخل الكرة العظمى عدة اكر ، واقطارهذه الاكر هي اجزاء من قطر الكرة العظمى .

٣ ـ يحصر داخل المكعب الاعظم عدة مكعبات ؛واطوال اضلاع هذه المكعبات تساوي اقطار الاكر المحصورة داخل الكرة العظمى .

٤ ـ يجد الفرق (الفضل) بين حجم المكعبالاعظم ومجموع حجوم المكعبات المحصورة داخل المكعب الاعظم . وهذا الفرق هو مجموعحجوم عدة مجسمات (متوازيات مستطيلات) ؛ وبما ان الفرق هو عدد حقيقي موجب فهويساوي حجم مكعب جديد لـ٣ .

٥ ـ يستنتج ان الفرق (الفضل) بين حجم الكرةالعظمى ومجموع حجوم الاكر المحصورة داخلالكرة الكرة العظمى يساوي (يعدل) حجم كرةجديدة « د د » وقطر هذه الكرة الجديدة يساوي ك (طول ضلع المكعب الجديد لـ٣) .

وبالنسبة للمسالتين الاخيرتين يا = ١١ ،يب = ١٢ ، فنجد ان المسالة مكونة من قسمين ، والقسم الاول يشبه المسائل السابقة٢، ١٠،٠٠٠وللاسف فان هذا القسم خاطيء بسبب اهمال وعدم دقة في العمل من قبل المؤلف . اما القسم الثاني من هاتين المسالتين فهو صواب وهو بخصوص قسمة خط الى قسمين بنسبة ذات وسط وطرفين .

وفي مراجعتنا للاعمال الهندسية اليونانيةوالاسلامية فإننا لم نجد اية قرابة بين مسائل السجزي هذه والمسائل الهندسية اليونانيةوالاسلامية ، فهذه المسائل تخص السجزي وحده.

(**) نستعمل ارقام مسائل (نظريات) كتاب الاصول لاقليدسكما وردت في كتاب هيث [١٠] . ونعلم ان نظريات اقليدس في كتاب هيث هي ترجمة عن تحقيق هايبرغ لكتاب الاصولاقليدس عن مخطوطة يونانية .

وحتى نستطيع ان نتاكد من صحة نتائج هذه المسائل ، اضطررنا الى رسم ودراسة المكعبات واجزائها بالطرق الحديثة ؛ وهذا يجعلنا نقدر في السجزي تخيله وتصوره هذه المجسمات وفروقها بعقله دون ان يكون رسمها ؛ اذ ان رسم المجسم الوحيد في المخطوطة ، والموجود ضمن المسالة الثانية ليس له معنى بالنسبة لوقتنا الحاضر (سنرسم ،في التحقيق ، المجسم الوارد في المسالة الثانية بالضبط كما اورده المؤلف) ، والحقيقة اننا لانستطيع ان نفهم كيفية حصول المؤلف على النتيجة الصواب من خلال رسم من هذا النوع .

وبما ان بعض نتائج المؤلف خاطئة ، وكما اننانعتقد انه كان شابا يافعا ومتسرعا ولم يكن يراجع ما يكتب ؛ فاننا نستبعد انه كان ياخذ مكعبا خشبيا(او ما يعادله) ويقسمه الى الاقسام المعطاة بالفرض والحصول على النتائج المطلوبة . وكذلك ، ومن الناحية العملية في وقتنا الحاضر ، فقبل ان نقسم المكعب الخشبي حسب المواصفات المعطاة فاننا نرسم المكعب واجزاءه وندرسها جيدا ثم نقسم المكعب الخشبي .

ويمكننا القول هنا ان السجزي كان عميق التفكير .

(ج) اسلوب الكتاب :

في راينا ، لا يوجد نظام او اسلوب معين في كتابة مادة هذا الكتاب ؛ ويوجد شيء من الفوضى في اسلوب المؤلف في الكتابة ، اذ ان اسلوبه يتغير من مسالة الى اخرى ، بل يتغير احيانا في نفس المسالة . مثلا :

يقول في المسالة (٣) : « مجسم يحيط به ا ج وضعف ج ب » ، ويقول في المسالة (٦) : « خطوط تحيط بمجسم احدها ا ج والثاني والثالث ج ب » ؛ ويقول في المسالة (٥) : « سطح ح ح بعد مجسم ... و هـ ج سطح بعد آخر... و د ط الذي هو مساو لـ هـ ج ومشابه له سطح بعد آخر » . وما يريده المؤلف في هذه المسائل هو تعريف المجسم بدلالة اضلاعه الثلاثة مثل ا ج ، ج ب ، ج ب في المسالتين (٣) و (٦) وكذلك ا د ، ا ج في المسالة (٥) ، انه يعرف المجسم في المسالة (٥) بدلالة ثلاثة سطوح ج ح ، هـ ج ، د ط ، هـ ج بدلا من ثلاثة اضلاع .

كذلك يقول في بداية المسالة (٦) : « فضل الكرة العظمى على الاكر الثلاث » ويقول في نهاية نفس المسالة : « فضل ما بين ثلاث اكر والكرة العظمى » ؛ علما بانه من الممكن اساءة فهم التعبير الاخير هذا .

ويكتب في بعض المسائل على طريقة إقليدس :وذلك بان يعطي نص المسالة كتابيا ثم يقول «مثاله» ويشرح نص المسالة مستعينا بالاحرف الهندسية ثم يعطي البرهان . إلا انه يكتب ؛ في بعض المسائل نص النظرية كلاميا ثم يعطي البرهان دون ان يكتب جملة « مثاله » . وفي بعض المسائل لا يكتب نص النظرية كلاميا ، بل يكتبها بإسلوب جملة « مثاله »دون ان يبدا بكلمة « مثاله » ثم يعطي البرهان .

يبدو لنا ان المؤلف الشاب اليافع يتسرع في الكتابة ويكتب ما يجول بخاطره في تلك اللحظة ولا يكلف نفسه عناء مراجعة ما يكتب او مقارنة ما يكتب في نفس الكتاب مثلا :

نجده يكتب نتيجة خاطئة للمسالة (٣) ثم يقول : « د ــ وعلى جهة اخرى » ويعطي نتيجة اخرى صواب للمسالة الرابعة (د) ، علما بان (٣) و (٤) لهما نفس المعطيات بالفرض . كما انه بإمكاننا إعتبار المسالتين (٣) و (٤) وجهين آخرين للمسالة (٢) . وبالتاكيد لو ان المؤلف راجع هذه المسائل الثلاث لادرك خطاه الموجود في المسالة (٣) .

وأيضا بإمكاننا إعتبار المسألة العاشرة وجهاآخر للمسألة الثامنة .

كذلك فإننا نعتبر الخطأ الموجود في القسم الاول من المسألة (١١) بانه تسرع وعدم دقة في العمل من قبل المؤلف ، إذ انه يقول :

$$\frac{\text{حجم كره قطرها ب د}}{\text{حجم كرة قطرها د أ}} = \frac{(\text{ب د})^{٣}}{(\text{د أ})^{٣}} \text{ مثناة } = \left(\frac{(\text{ب د})^{٢}}{(\text{د أ})^{٢}}\right)^{٢} = \frac{(\text{ب د})^{٤}}{(\text{د أ})^{٤}}$$

بينما نعلم انه استعمل النسبة الصواب فيالمسائل السابقة وهي :

$$\frac{\text{حجم كرة قطرها ب د}}{\text{حجم كرة قطرها د ا}} = \frac{(\text{ب د})^{٣}}{(\text{د ا})^{٣}}$$

اما الخطأ الموجود في معطيات القسم الاولمن المسألة (١٢) فسببه النتيجة الخاطئة الموجودة في القسم الاول من المسألة (١١) ولا يوجدملامة هنا .

وكدليل آخر على إهمال المؤلف وعدم رغبتهفي مراجعة ما يكتب ، فإننا نجد في نهاية المسألة (١١) انه يكتب: « فبمكس الشكل الـ من المقالة الثالثةعشرة من كتاب الاصول » ،وهنا نرى انه يشير إلى شكل نظرية = مسألة ، في المقالة الثالثة عشرة منكتاب الاصول لاقليدس ويبدأ بكتابة الـ التعريف ، ولكنه ليس متأكداً من رقم تلك النظرية ، فيتركفراغا « الـ » ويكمل برهانه . ويبدو لنا انه يترك ذلك الفراغ بنية العودة إليه وملئه بعد ان يتاكدمن رقم تلك النظرية في كتاب الاصول ، إلا انه لم يراجع كتاب الاصول وبقي الفراغ على حاله ،والنظرية التي اراداها المؤلف هي النظرية الاولى من المقالة الثالثة عشرة من كتاب الاصول .

وفي المسألة (١٢) ، نرى ان المؤلف يشير إلىنفس النظرية التي اشار إليها في المسألة (١١) ، إلا انه في هذه الحالة تهرب من الرقم بقوله : « وقدتبين بعكس ما اتى به اوقليدس في المقالة الثالثة عشرة من كتابه في الاصول » .

وعموماً فإن براهين المسائل موجزة ، وفيبعض الاحيان موجزة إلى حد كبير فإذا قرانا برهان المسألة الخامسة (هـ) نجد ان المؤلف يكتب سطراواحدا فقط ؛ وعندما يقرا القارىء الشرح المعتدل الذي اوردناه لهذه المسألة في باب « شرح وتعليق »فسيدرك ما نعنيه بقولنا ان برهان هذه المسألة موجز إلى حد كبير .

طريقة التحقيق والمخطوطة

طريقتنا في التحقيق بسيطة : نصحح اخطاءالمؤلف الهندسية المغوية ونذكر الاصل في الحواشي. اما الأخطاء الهندسية الجوهرية فلا نصححها فيالتحقيق ؛ بل نذكرها ونعلق عليها في باب « شرح وتعليق » ، ولا نعمد في تصويب لغة المؤلف العربيةطالما انها ليست منفرة ولا تتعارض مع المعنى الهندسي الصواب ، وذلك كي يتمتع القارىء بقراءةلغة المؤلف الاصلية . وإذا لاحظ القارىء ان لغة المؤلف العربية ركيكة فهذا طبيعي ؛ إذ ان لغة معظمعلماء الهندسة المسلمين العربية كانت ركيكة . وقديما قال البيروني ان الكلام الفصيح لا مكانله في الكتب العلمية .

مع ان معظم المخطوطات الهندسية تكون فقرةواحدة من الاول إلى الآخر ، إلا ان مسائل هذه المخطوطة منفصلة بعضها عن بعض . ولكن نجد انهلا يوجد علامات ترقيم (فواصل ، نقط ....) ،

وكذلك فإن الكثير من الكلمات غير منقطة . ونضع النقط على الحروف ، ونفصل كل مسألة إلى عدة فقرات : نص المسألة ، مثاله ، برهانه كما اننا نضع علامات ترقيم بين جمل المؤلف ليصبح الكلام مكتوبا حسب معانيه ويسهل على القارىء متابعة كلام المؤلف . نفصل الأحرف الهندسية بعضها عن بعض ، فنكتب : « ز ح ط مثل ج ب » بدلا من « نحط مثل جب » . ونكتب كرتا اح ، حب بدلا من « كرتا لج جب » ونكتب كالعادة « ثلاثة » بدلا من « ثلثة » . ما نضيفه من طرفنا نحصره ضمن قوسين معقوفين [...] . ونذكر انه يوجد في المخطوطة بعض الكلمات المطموسة بإصبع (او ما يعادله) ، وهنا فإننا نحاول معرفة الكلمة الاصلية من سياق الكلام ومن قراءتنا لحرف او حرفين من الكلمة ، وعليه فإننا نحصر هذه الكلمة بين زاويتين <...> ولا نحصرها بين معقوفين وذلك لان تقديرنا لهذه الكلمة هو « تقدير مدروس = educated guess » وعلى الأرجح فإنها كلمة المؤلف الاصلية .

وبالنسبة للرسومات فإننا نرسمها كما اوردها المؤلف ولكننا نرسمها بدقة اكثر مما اورده المؤلف. ونضيف في المسألة الثانية رسما مجسما من طرفنا لتوضيح المعنى الهندسي للمسألة ونكتب تحت هذا الرسم [رسم المحقق] .

نضع خطا عموديا / كإشارة إلى بداية صفحة جديدة ، ونكتب رقم الصفحة الجديدة في الهامش . ونكتب [١٩٦ !] بمعنى بداية وجه الورقة ١٩٦، وكذلك [١٩٦ ب] بمعنى بداية ظهر الورقة ١٩٦ .

والمخطوطة التي نقدمها هي : باريس ٤٦/٢٤٥٧ * ص ص ١٩٥ب ـ ١٩٨ ا ؛ نسخت بخط المؤلف سنة ٣٥٨ هـ / ٩٦٩ م .

ويكتب فؤاد سزكين [٢] (ص٢٣١) :

Mizāḥāt al-ḥikar bil-ḥikar, Paris 2457/46 (FF. 195 - 198, Autograph, 358 H., S. Vajda S. 250).

ونقرأ في قاموس جوتس شرجلي (Gotz Schregle) (قاموس الماني ـ عربي) [١١] (ص١٢٥) ان الكلمة الالمانية Autograph تعني « مخطوط كتب بخط المؤلف » وخط المخطوط جيد وواضح ومقروء تماما .

ويذكر فؤاد سزكين [٢] (ص٣٣٠) أن السجزي انتهى من نسخ المجموعة الرياضية باريس ٢٤٥٧ سنة ٣٥٨ هـ / ٩٦٩ م .

لم يعثر ـ حسب علمنا على اية مخطوطة لهذا الكتاب غير مخطوطة باريس ٤٦/٢٤٥٧ . وبما انها كتبت بخط المؤلف نفسه ، فهي إذن مخطوطة ام وفريدة .

هذا ومن واجبنا ان نذكر ما يلي :

(١) يقول بروكلمان [٣] (ص : ١٨٤) : « تحدد عصر ابي سعيد احمد بن محمد بن عبدالجليل السجزي عن طريق مخطوطة باريس ٢٤٥٧ التي نقلت من مخطوطة كتبها بخطه في عام

(*) يوجد في مكتبة الجامعة الاردنية شريط مصور (ميكرو فيلم) لجزء صغير من مخطوطة باريس ٢٤٥٧ ، وقد حققت معظم الرسائل الموجودة في هذا الجزء ، الا ان كتاب السجزي « في مساحة الاكر بالاكر » لم يحقق وهو احد الرسائل الموجودة ضمن هذا الجزء . وهنا نقدم شكرنا وامتناننا للمسؤولين في مكتبة الجامعة الاردنية لتصويرهم لنا كتاب السجزي الذي نعتمده في تحقيقنا ..

٣٥٨ هـ / ٩٦٩ م ؛ وربما كان شابا آنذاك، .. ، وقد وصل الينا كثير من مؤلفاته وان لم يكتب عنه من القدماء احد » .

(٢) تقول إيفون دولد [٤] (ص : ٤٣١) : « كتبونسخ السجزي اعمالا رياضية في شيراز حوالي ٩٦٩ ، ويوجد نسخة لاحقة منها في باريس(٢٤٥٧) » .

يبدو لنا ان إيفون دولد قد نقلت ، بطريقةغير واضحة ، عن بروكلمان . كما ان جملة بروكلمان لا توضح من اللذي نقل مخطوطة باريس ٢٤٥٧ ،فهل هو السجزي نفسه ام لا ؟ ونعتقد ان سزكين قد اطلع على كلام بروكلمان والمصادر التي استنداليها بروكلمان ومصادر اخرى اوثق منها ، ثم ذكر بدون غموض وبدون تردد ان السجزي هو الذيكتب ونسخ المجموعة الرياضية باريس ٢٤٥٧ سنة ٣٥٨ هـ / ٩٦٩ م . ومن طرفنا فاننا نقبل روايةفؤاد سزكين بهذا الخصوص كما ذكرنا اعلاه .

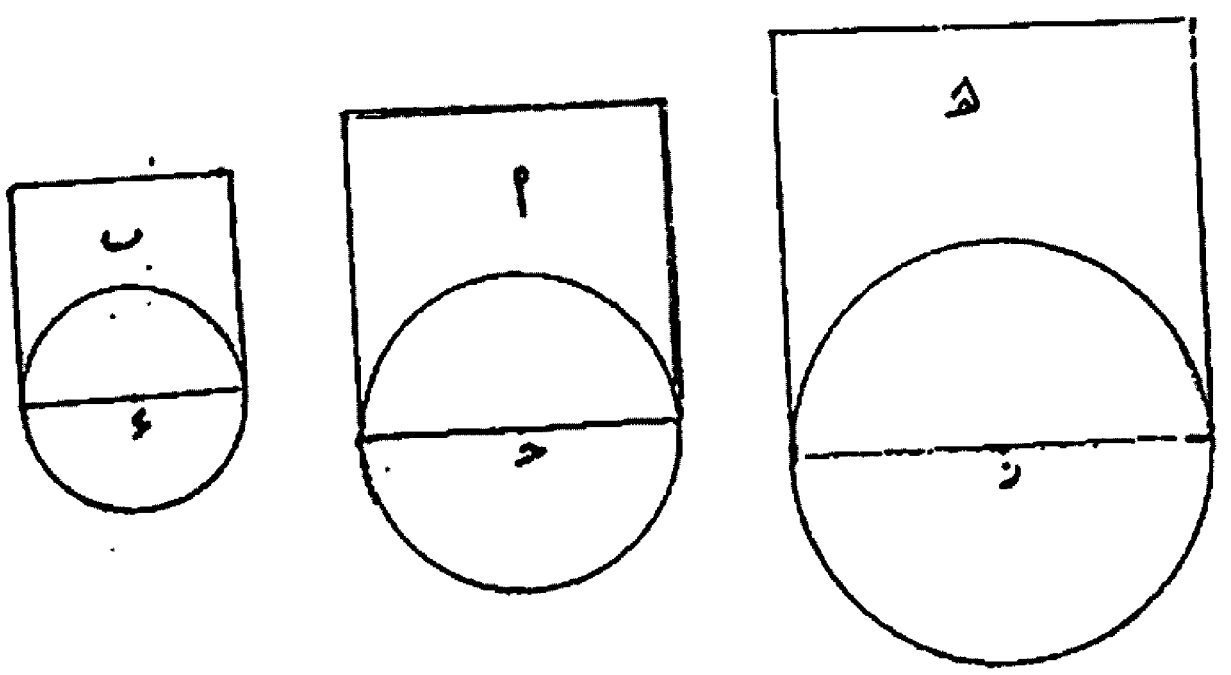
بسم الله الرحمن الرحيم

كتاب أحمد بن محمد بن عبدالجليل

في مساحة الاكر بالأكر

أ ــ إذا كان مكعبا مساويا لعدة مكعبات :وعُمِل على ضلع المكعب كرة ، وعلى أضلاع المكعبات أكر . فإن هذه الكرة مساويةلتلك الاكر .

فلنفرض مكعبي أ ، ب . وعلى ضلعيهما كرتا جـ،د ولنجعل هـ مساو لمكعب أ،ب وعلى ضلعه كرة ز . أقول : أن كرة ز تعدل كرتا جـ ،د .



برهانـه :

أن نسبة أ الى هـ : كنسبة جـ إلى زـ ،ونسبة بـ الى هـ : كنسبة دـ إلى زـ .

مع التركيب : نسبة أ ، بـ إلى هـ : كنسبة جـ ، دـ إلى زـ . و أ ، بـ مساوٍ لِـ هـ ، فـ جـ ، دـ مساوٍ لِـ زـ .

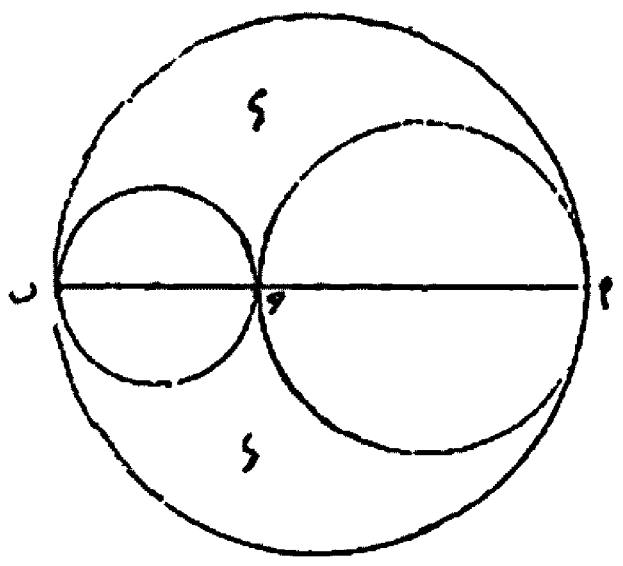
وذلك ما أردنا أن نبين .

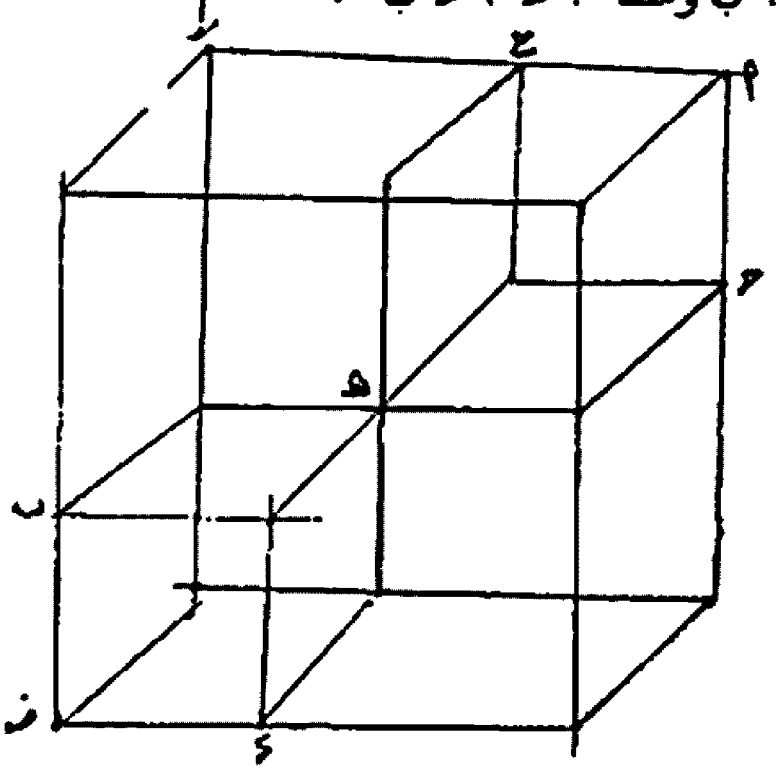
ب ــ كل كرة : يقع على قطرها كرتان متماستانومماستان للكرة العظمى، فإن فضل الكرة العظمى على الكرتين ، مساوٍ للكرة التي يقوى عليهاضلع مكعب مساوٍ لثلاث مجسمات متساويات يحيط بكل واحد منها قطر الكرة العظمىوقطرا الكرتان .

مثالـه :

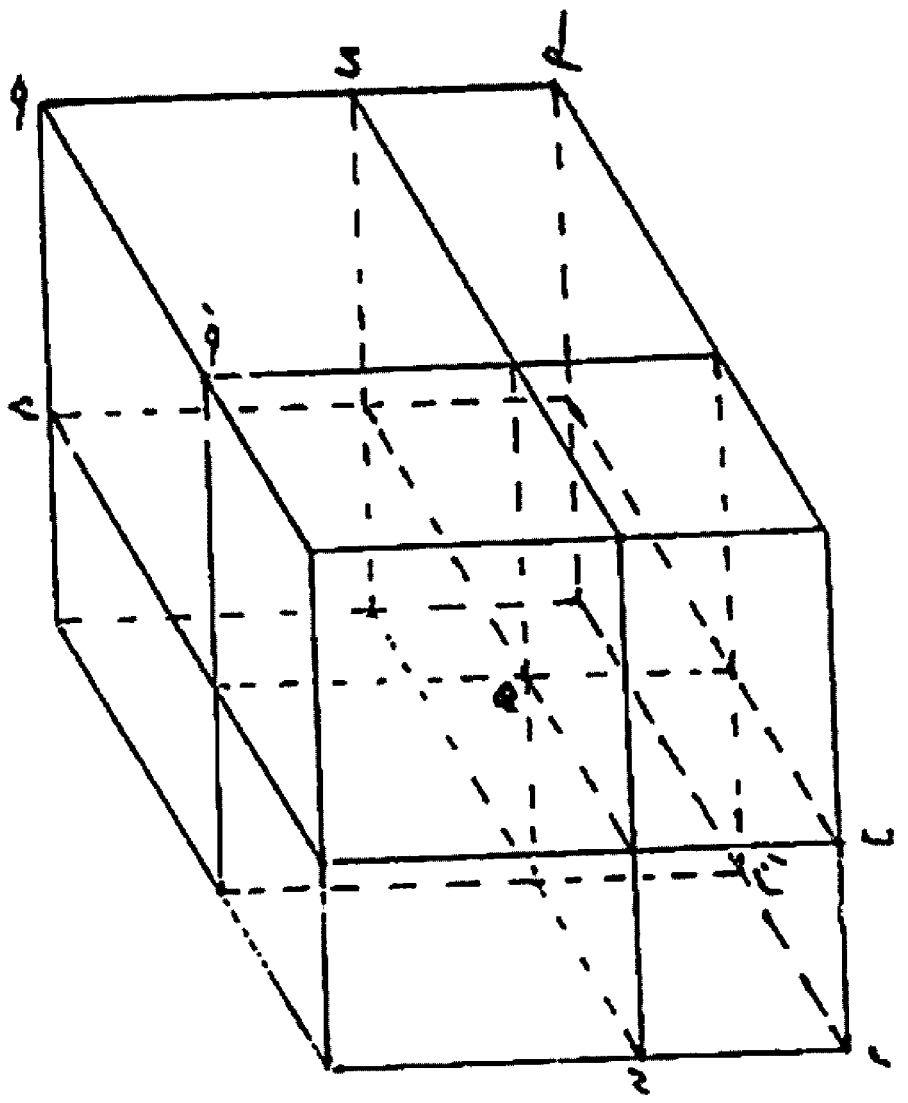
أن نفرض كرة أ بـ . وقطرها أ بـ . وقدوقع عليه كرتا أ جـ ، جـ بـ .

أقول : أن فضل كرة أ بـ على كرتي أ جـ ،جـ بـ الذي هو د د[1] ، مساوٍ للكرة التي يكون قطرها ضلع مكعب مساوٍ لثلاث مجسمات < يحيط بكل > واحد منها خط أ بـ وخطا أ د ، د بـ .





(١) في الاصل « د هـ » ولاشـك ان الناسخ(المؤلف) يقصد د د .



[رسم المحقق]

برهانـه :

انا نفرض مكعب ا ز ؛ <طول> ضلعه مساو لقطر ا ب . ونجعـل ا ح مثل ا جـ ، ف ح ط مثـل جـ ب . فنسـبة مكعب أ هـ الى مكعب هـ ز :كنسبة كرة أ جـ الى كرة جـ ب ، فتكون نسبة فضل مكعب أ ز على مكعبي أ هـ ، هـ ز : كنسبةفضل كرة أ ب على كرتي أ جـ ، جـ ب . وفضل مكعب أ ز على مكعبي أ هـ ، هـ ز .

هي : | مجسمات جـ د ، جـ ز ، ا ب (٢) ويحيط بكل واحد منهـا ا ط ، ح ط، [١٩٦ أ]
ا ج .

فيما قدمنا تكون الكرة الكائنة على ضلع (٣) مكعب مساو لثلاث مجسمات

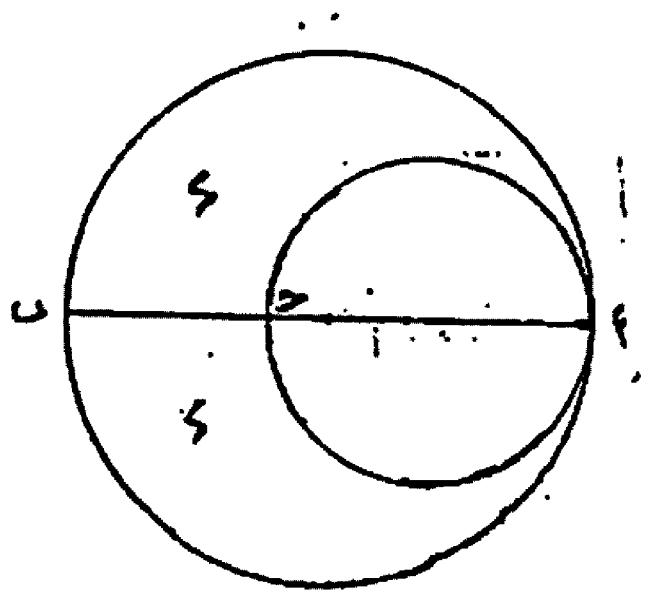
جـ د ، مساو[بة] لـ د د

وذلك ما أردنا بيانه .

---

(٢) الرسم المجسم الوارد في المخطوط لا يوضح الصورة الصواب ، وعند قول المؤلف : «مجسمات» جـ د ، جـ ز ، ا ب ، ويحيط بكل واحد منها ا ط ، ح ط ، ا ح » فهو يقصد : « ثلاثة مجسمات

جـ ــ كل كرتين متماستين ، احداهما في داخل الأخرى • فإن فضل الكرة العظمى منهما على الصغرى ، تعدل الكرة التي يكون قطرها ضلع مكعب مساوٍ لثلاث مجسمات ، أحدهما يحيط به أ جـ وضعف جـ ب ، والاثنين الباقين يحيط بكل واحد منهما ضعف أ جـ و جـ ب ومكعب يحيط به ضلع جـ ب[٤] •



برهانـه :

أن فضل المكعب الذي على أ ب على المكعب الذي على أ جـ ثلاثة مجسمات ، يحيط باثنين منها ضعف أ جـ و جـ ب ، [ويحيط] بالباقية ضعف جـ ب و أ جـ ، ومكعب يحيط به جـ ب • والكرة الكائنة على ضلع المكعب المساوي لتلك المجسمات إذاً مساوية للفضل د د[٥] •

وذلك ما أردنا ان نبين •

د ــ وعلى جهة اخرى ،

اقول : أن فضل كرة أ ب على كرة أ جـ ، مساو للكرة التي قطرها على مكعب مساو لثلاثة مجسمات متساويات يحيط بكل واحد منها اضلاع أ ب ، أ جـ ، جـ ب ، ومكعب يكون ضلعه جـ ب •

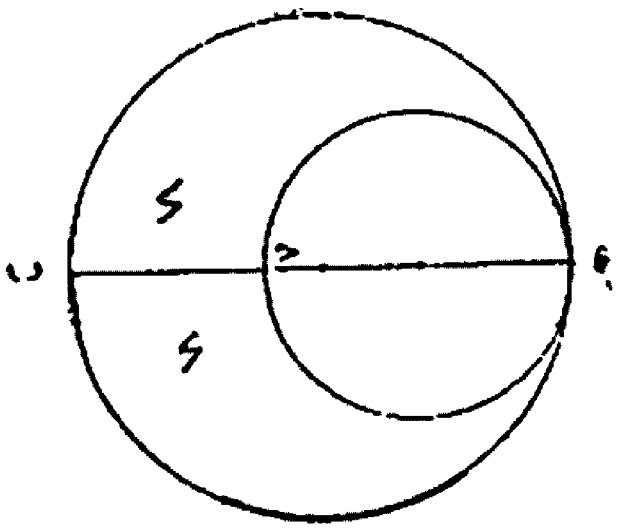
متساوية جـ د ويحيط بكل واحد منها ا ط ، ح ط ، أ ح » . وبالنظر الى رسم المحقق ، فلعل المؤلف تخيل في عقله ان جـ تحركت الى ح ، ز تحركت الى زَ ، أ تحركت الى اَ ، وبالتالي تصبح الجملة : « ثلاثة مجسمات متساوية جـ د ، حزَ ، اَب ، ويحيط بكل واحد منها اط ، حط ، أ ح » .

(٣) الكلمة «ضلع» موجودة في الهامش .

(٤) النتيجة هنا خاطئة وسنوضح ذلك في باب شرح وتعليق » .

(٥) في الأصل : لمجسم د ، ولاشك ان المؤلف يقصد : « للفضل د د = فضل الكرة العظمى على الكرة الصغرى » .

WWW.ATTAWEEL.COM

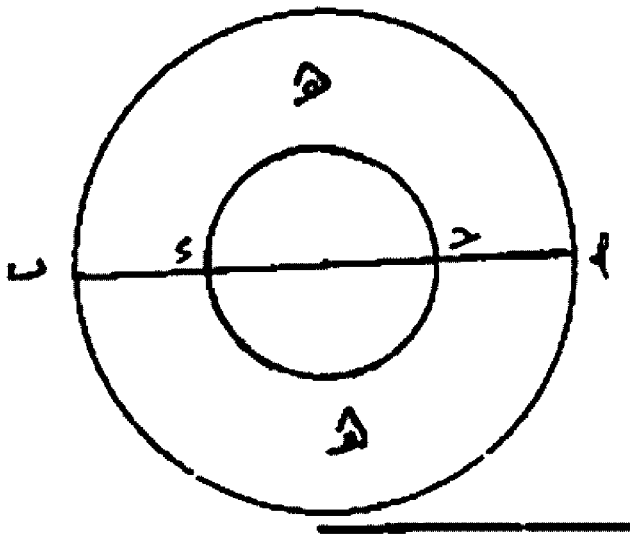


برهانــه :

أنا نضيف إلى أ ب مكعب ، ونقسمه على جـ ، ونقسم أضلاعه . فبين أنه ينقسم بثلاثة مجسمات يحيط بكل واحد منها خطوط أ ب ، أ جـ ، جـ ب ، ومكعبي أ جـ ، جـ ب . فنسبة < المجسمات > والمكعبات ، بعضها إلى بعض :كنسبة اقسام الاكر، بعضها إلى بعض، <النظير> للنظير .

وذلك ما أردنا أن نبين .

هـ ــ كل كرتين : تكونان على قطر واحد وعلى مركز واحد . فإن قطعة ما بين الكرتين ، تعدل (٦) الكرة الكائنة على ضلع مكعب يقوى على أربعة مجسمات متساويات، يحيط بكل واحد منها ضعف قطر الكرة الأصغر مع نصف فضل قطر الكرة العظمى على [قطر] الكرة الصغرى ونصف فضل (٧) [قطر] [١٩٦ب] (٨) الكرة العظمى على [قطر] الكرة الصغرى ، ومجسمين أحدهما يحيط به [ضعف] قطر الكرة العظمى ونصف فضل [قطر] (٨) الكرة العظمى على [قطر الكرة] الصغرى .



(٦) نجد في المخطوطة الكلمتين « يقوى على »وفوقها الكلمة « تعدل » ويبدو ان الناسخ (المؤلف) غير رأيه وكتب الكلمة « تعدل » فوق الكلمتين « يقوى على » ولم يشطب الكلمتين « يقوى على » .

(٧) نجد في المخطوطة « وفضل نصف » إلا ان المحقق غير ترتيب هاتين الكلمتين تماشيا مع كلام المؤلف في بقية نص هذه المسالة وكذلك لان ذلك اسوب .

(٨) كلمة « قطر » موجودة في الهامش .

مثالــه :

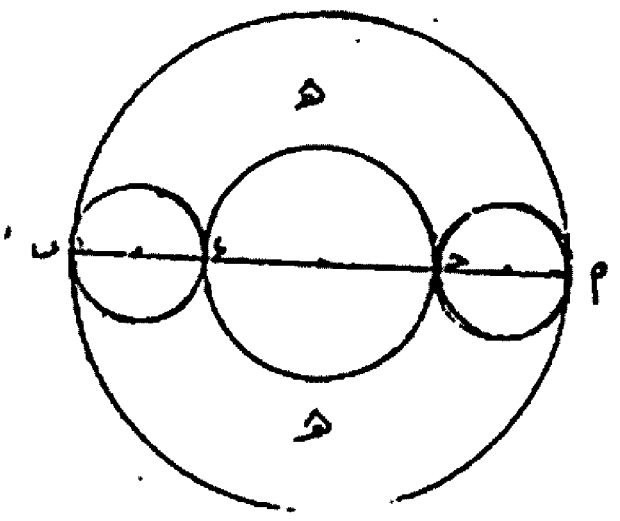
قطعة هـ هـ ، أقول : أن نزيد على كرة جـ دبكرة يكون قطرها ضلع مكعب مساو : لأربعة مجسمات متساويات يحيط بكل واحد منها أ جوضعف أ د ، ولمجسمين يحيط بأحدهما خط أ جـ وضعف أ ب وبالآخر أ جـ و [ضعف] جـ د .

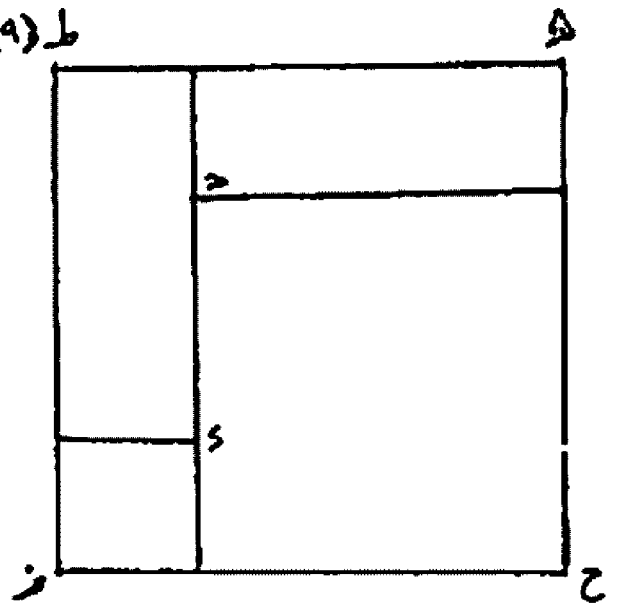
برهانــه :

أنا نعمل على أ ب مكعبا ، ونقسمه على أقسام قطر الكرة ، ونبرهنه كعادتنا بالنسبــة وبتركيبها وتفصيلها .

وذلك ما أردنا أن نبين .

و ــ كل كرة : تقع في وسطهــا كــرة على مركزها ، وعلى باقي قطرها كرتان متــاويتــان متماستان للكرتين العظمى والوسطى . أقول أن الكرة التي تقوى على فضل العظمى على الاكــر الثلاث ، تعدل ست أكر يقوى على كل واحد منها خطوط تحيط بمجسم ، أحدهمــا أ جـ والثانــي والثالث جـ ب .





برهانـــه :

أن نفــرض مكعب طـ ح يكون ضلعــه أ ب مساو لقطر كرة أ ب ونجعل جـ د [في المكعــب طـ ح] مثل جـ د الذي هو قطر الكرة [الوسطى]، وتتم تخطيطه . فبين أن كل جهة من المكعب ينقسم على هذا الشكل . يكون سطح جـ ح بُعد مجسم من ستة مجسمات متساويات تفضل على ثلاثة مكعبات مقسومة من جملــة المكعب ، و هـ جـ سطح بُعد آخر من المجسم ، و د طـ الذي هــو مساو لِـ هـ جـ ومشابه له سطح بُعد آخر .

(٩) النقطة طـ موجودة في الشكل المرســوم في المخطوط فوق النقطة جـ وعلى الخط هـ طـ . اي ان النقطة طـ هي تقاطع الخطين هـ طـ ، جـ د . وهذا الخطأ سهو من الناسخ (المؤلف) .

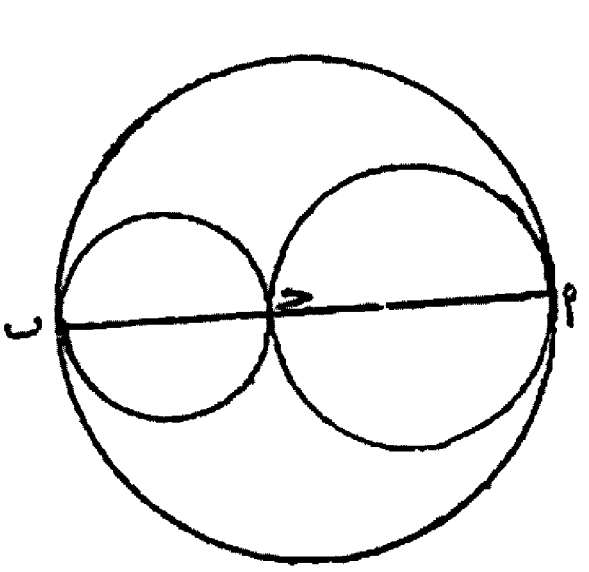
ولكن نسبة ستة مجسمات إلى ثلاثة مكعبات: كنسبة فضل كرة أ ب على ثلاث أكر أ جـ ، جـ د ، د ب إلى ثلاث أكر أ جـ ، جـ د ، د ب (١٠)، فالكرة التي يقوى عليها خط يقوى على ستة مجسمات يحيط بكل واحد منها جـ ح ، جـ هـ ،ط د مساو لفضل ما بين ثلاث أكر والكرة العظمى .

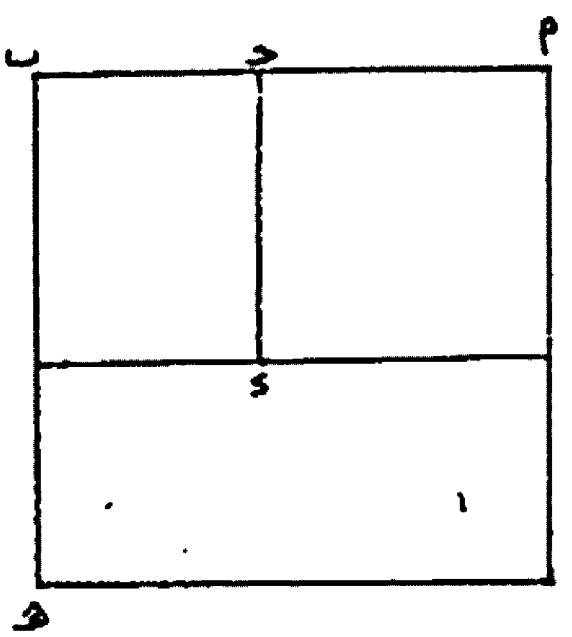
وذلك ما أردنا أن نبين .

ز ـ كل كرة : نقسم قطرها على نسبة ذات وسط وطرفين ، ويضاف إلى قسميه [١٩٧ أ] كرتين . فإن فضل ما بين الكرتين والكرة العظمى ،تعدل ثلاثة أمثال الكرة التي على القسم الاعظم من الخط .

مثاله :

أن كرة أ ب مفروضة ، وقطرها خط أ ب مقسوم على نسبة ذات وسط وطرفين على جـ ، والأطول أ حـ . أقول : أن فضل ما بين كرتي أ حـ ، حـ ب وبين كرة أ ب ، تعدل ثلاثة أمثال كرة أ حـ .





برهانـه :

أن نفرض مكعب أ هـ على ضلع أ ب ،و أ ب مساو لقطر الكرة ، ونقسمه على نسبة ذات وسط وطرفين على جـ ؛ وتتم تخطيطه . فبين أن مكعب أ هـ مركب من مكعبين على ضلعي أ جـ ، جـ ب وثلاثة مجسمات متساويات يحيط بكل واحد منها أضلاع أ ب ، أ جـ ، جـ ب ، وأن كل

(١٠) يبدو ان المؤلف نسي في بادىء الامر الكلمات « إلى ثلاث اكر ا جـ ، جـ د ، د ب » ؛ ثم تدارك هذا السهو واضاف الكلمات المذكورة ، بين رسم الدائرة والكلمات التي تسبق الكلمات المذكورة هذه . اي اضاف هذه الكلمات بين رسم الدائرة والسطر المكتوب فوق الدائرة .

واحد من المجسمات الثلاثة مساوٍ لمكعب أ د ٠وبين أن نسبة المكعبات التي تساوي المجسمات إلى المكعب الأعظم :

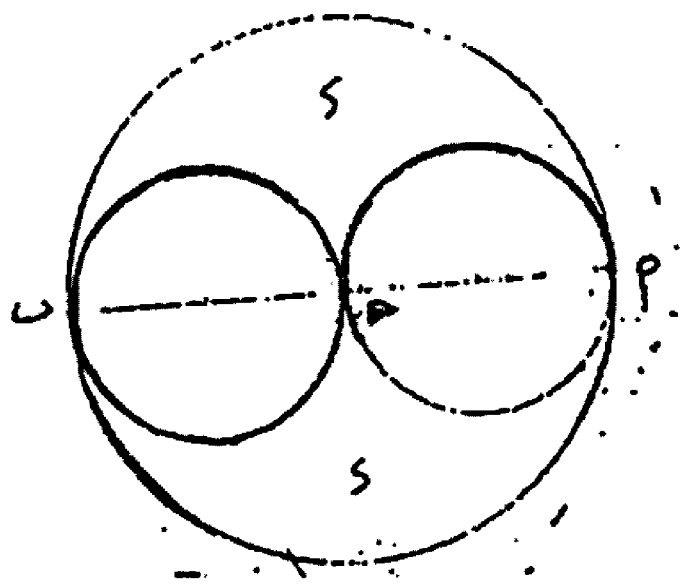
كنسبة قطعة ما بين الكرتين وبين الكرةالعظمى إلى الكرة العظمى ٠ فإذاً ، قطعة ما بين الأكر مساوية لثلاثة أمثال الكرة التي على القسمالأطول من الكرة العظمى ٠

وذلك ما أردنا بيانه ٠

ح ــ كل كرتين : متماستين متساويتين ومماستينفي داخل كرة ٠ فأن قطعة ما بين ثلاثة أكر ، تعدل ثلاثة أضعاف كرتين متماستين ٠

مثاله :

أن كرتي أ جـ ، جـ ب متماستان ومماستانللكرة أ ب ، و أ جـ (١١) مثل جـ ب ٠ أقول : أن قطعة د د تعدل ثلاثة أمثال كرتي أ جـ ، جـ ب٠



برهانه :

أن كرة أ ب ثمانية امثال كرة أ جـ ، علىما هو بين في كتاب الأصول ٠

فإذا ألقينا كرتي أ جـ ، جـ ب ، يبقى قطعةد د ستة من ثمانية ٠ ونسبة ستة إلى إثنين كنسبة ثلاثة أضعاف ٠ فقطعة د د ثلاثة أضعاف كرتيأ جـ ، جـ ب ٠

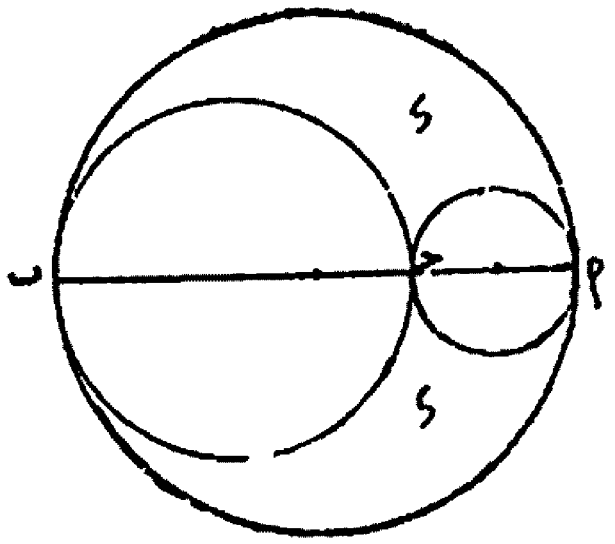
وذلك ما أردنا أن نبين ٠

ط ــ كل كرتين : متماستين ومماستين في داخلكرة ، وقطر جـ ب ضعف قطر أ جـ ٠ [١٩٧ب]

أقول : أن قطعة د د ثمانية عشر مرة مثل كرةأ جـ ٠

---

(١١) في الأصل : ا ب . واضح ان المؤلف يقصد : ا جـ .



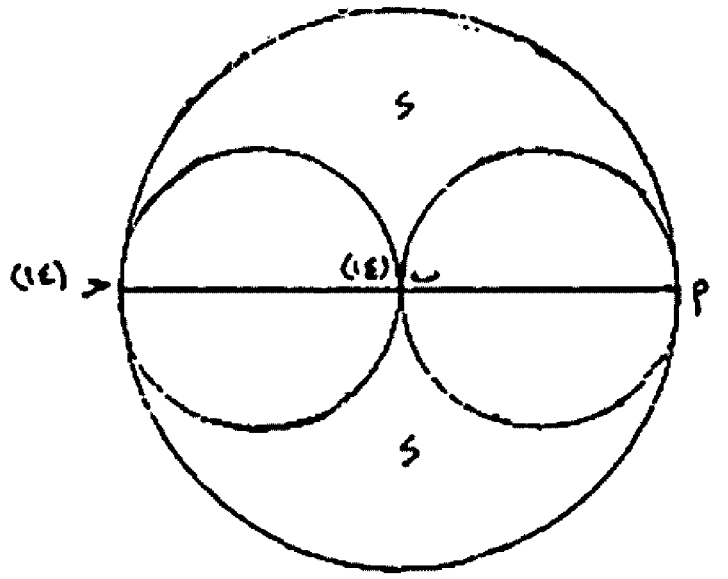
برهانــه :

أن كرة أ جـ ، إذا كانت واحدة فإن كرة جب ثمانية ، وكرة أ ب سبعة وعشرين[١٢] . فإذا القينا كرتي أ جـ ، جـ ب من كرة أ ب ، يبقى قطعةد د ثمانية عشر . فنسبة كرة أ جـ إلى قطعة د د : كنسبة الواحد إلى ثمانية عشر .

وذلك ما أردنا أن نبين

ي ــ كل كرتين متساويتين : يكون على قطريهماكرة ، تحيط بهما . فإن مجسم ما بين الكرتين المتساويتين وبين الكرة العظمى ، ستة أمثالالكرة الصغرى .

فلنجعل الكرتين المتساويتين عليهما أ ب ،ب جـ ، والكرة التي تحيط بهما أ جـ . أقول أن ما بين الكرة العظمى وبين المتساويتين الذي عليه[١٣] د د ، مساو للكرة التي على أ ب ستة امثال .



(١٢) في الاصل : ستعة وعشرين .

(١٣) يكتب المؤلف كلمة « على » ثم يشطب الحرف الاخير من هذه الكلمة ويضع مكانه «يه» فتصبح الكلمة « عليه » ومن وجهة نظرنا ، فان صياغةالجملة الموجودة فيها هذه الكلمة ليست سليمة والافضل ان يقول (ونكتب تساوقا مع لغةالمؤلف السليمة) : « اقول : ان فضل الكرة العظمى على الكرتين المتساويتين الذي هو القطعة د ، مساو للكرة التي تعدل ستة امثال الكرة التي على أ ب » .

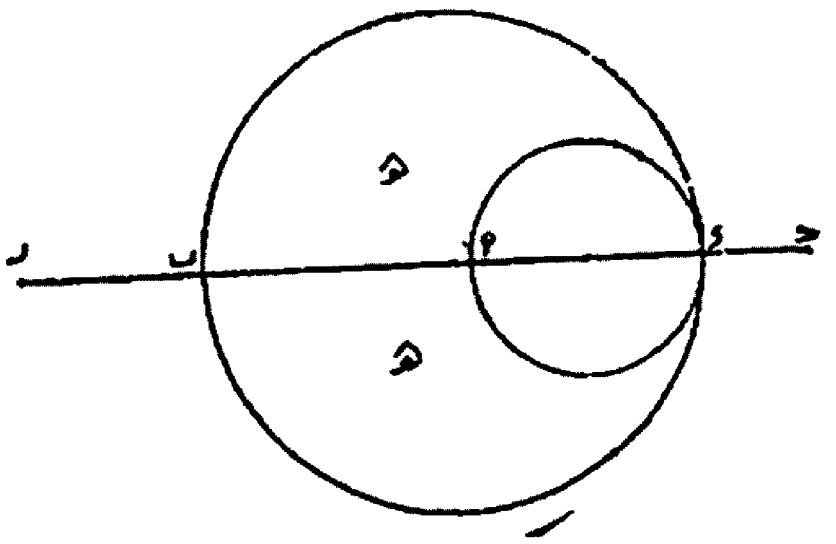
(١٤) يستبدل المؤلف في الرسم الحرفين ب ، جـ فيضع ب مكان جـ والعكس ، وواضح ان هذا سهو من المؤلف .

برهانـه :

أن نسبة كرة أ ب إلى كرة أ جـ : كنسبة المكعب الذي على أ ب الى المكعب الذي على أ جـ . لكن المكعب الذي على أ جـ ثمانية أمثال المكعب الذي على أ ب . فكرة أ جـ ثمانية أمثال كرة أ ب ، فنلقي منها كرتي أ ب ، ب جـ يبقى قطعة ما بين الثلاث أكر[١٥] ، تعدل ستة أمثال كرة أ ب .

وذلك ما أردنا أن نبين .

يا ـ خط ب د مفروض : ونضيف إليه د جـ خمس ب د . ونجعل نسبة ب د الى أ د كنسبة أ د إلى جـ د . ونضيف إلى د ب ، د أ كرتين . أقول أن قطعة كرة د ب ، د أ[١٦] اربع وعشرين مرة مثل كرة أ د[١٧] . وإذا جعلنا أ ز ضعف أ د ، يصير أ ز مقسوما على نسبة ذات وسط وطرفين على ب والأطول أ ب .



برهانـه :

أن نسبة كرة ب د إلى د أ : كنسبة المربع الذي على د ب إلى المربع الذي على د أ مثناة اعني كنسبة د ب إلى د جـ مثناة . لكن د ب خمسة أمثال د جـ . فكرة د ب خمسة أمثال د جـ ، فهي إذا خمسة وعشرين مرة مثل كرة د أ . فقطعة كرة هـ هـ أربعة وعشرين مرة مثل كرة د أ[١٨] .

ونقول : أن أ ز مقسوم على نسبة ذات وسط وطرفين على ب ، و أ ب الأطول .

---

(١٥) في الاصل : الاكر .

(١٦) يقول : « قطعة كرة د ب ، د ا » ويقصد بذلك القطعة هـ هـ ، اي : « فضل كرة د ب على كرة د ا » .

(١٧) يكتب في المخطوطة « كرة ا هـ » ويقصد كرة ا د . والجملة الرياضية : « اقول ... كرة ا د » خطأ ؛ وسنوضح ذلك في باب « شرح وتعليق » .

(١٨) يوجد عدة نتائج رياضية خاطئة في الجملة: « برهانه : ان .... مثل كرة ا د » وسنوضح ذلك في باب « شرح وتعليق »

برهانـه :

أن المربع الكائن على ب د خمسة أمثـال المربع الكائن على د أ ، و أ ز [١٩٨ أ] ضعف أ د . فبعكس الشـكل الـ [أول] (١٩) مـن المقالة الثالثة عشرة من كتاب الاصول ، يصير أ ز مقسوما على نسبة ذات وسط وطرفين ، والاطول أ ب .

وذلك ما أردنا أن نبين .

يب ـ نفرض كرتي د ب(٢٠) ، أ د(٢١) : على أن كرة د ب (٢٠) خمسة وعشرين مرة مثل كرة د أ (٢٠) ونجعل ج د (٢٠) مساو لِـ د أ . أقول : أن ج ب مقسوم على نسبة وسط وطرفين (٢٢) .

برهانـه :

أن نسبة المربع د أ إلى المربع الذي على د ب(٢٠) : كنسبة الواحد إلى الخمسة . فالمربع الذي على د ب (٢٠) خمسة أمثال المربع الذي على د أ (٢٠) . فإذا زدنا على د ب (٢٠) ، د ج (٢٠) مساو لِـ د أ

(١٩) يوجد فراغ مكان الكلمة [أول] في المخطوطة، ويبدو وكان المؤلف (الناسخ) اراد العودة إلى كتاب الاصول لاقليدس ليتأكد من رقم المسالة ثم يعود ويكتبه ، إلا انه لم يفعل ذلك . كما انه كتب الجملة الاخيرة في المسالة التالية (يب) والتي تشير إلى نفس المسالة من كتاب الاصول بشكل لا يجبره إلى العودة إلى رقم المسالة .

(٢٠) في هذه المسالة : يبدو لنا ان المؤلف (الناسخ او عالم آخر) يشطب العديد من الاحرف الهندسية ويكتب غيرها ، ثم يعيد النظر (إما نفس المؤلف ـ الناسخ ـ او عالم آخر) ويكتب فوق الاحرف الهندسية المصلحة والمشطوبة نفس الاحرف الهندسية التي كانت مكتوبة في الاصل وهي الاحرف الهندسية الصواب . مثلا :

يكتب د ب ، ثم يشطب ب ويضيف ا على الجهة اليمنى من ب ؛ فتصبح ا د ثم يكتب د ب فوق كل ما سبق ؛ اي رجع إلى الاصل وهو د ب .

كذلك يكتب د ا ثم يمد الحرف د ويضع تحته نقطة فيصبح عندنا ب ا ؛ ثم يكتب د ا فوق كل هذا ، وبالتالي يعود إلى الاحرف الهندسية الاصلية .

كذلك يكتب د ج ، ثم يشطب د ويضيف على الجهة اليسرى من ج فتصبح ج ا .

ثم يكتب د ج فوق كل هذا . وبالتالي يعود إلى الاصل د ج .

كما ان الاحرف الهندسية ، الموجودة على الشكل المرسوم والمرفق مع هذه المسالة ؛ مشطوبة ومكتوبة ثانية بحيث لم يعد هذا الشكل مفهوما .

وبالتالي فإننا لا نجد ضرورة لرسم هذا الشكل . وندعو القارىء ان يتابع قراءة هذه المسالة مع الشكل المرفق مع المسالة السابقة (با = ١١) ، على ان يأخذ بعين الاعتبار ان ج د = د ا في هذه المسالة بدلا من ج د = خمس د ب كما في المسالة السابقة .

(٢١) في الاصل : ا ب . وهذا سهو واضح ، لايوجد شطب هنا .

(٢٢) سنتكلم عن الفرض في نص هذه المسالة ـ الذي يستند إلى نتيجة خاطئة سابقة في باب « شرح وتعليق » .

فيصير $\overline{جـ ب}$ مقسوما على نسبة ذات وسـط وطرفين على $\overline{آ}$ ، والأطول $\overline{جـ آ}$. وقد تبين بعكس ما أتى به اوقليدس في المقالة الثالثة عشـرة من كتابه الاصول (١٩) .

وذلك ما أردنا أن نبين .

هذا آخر ما عمله من هذا الكتاب . ولله الحمد والشـكر والمنّة ، وصلى الله على خير خلقه وعلى آله .

شرح وتعليق

المسـألة الأولى (أ) :

البرهان سهل . ويجب أن نفرض أن المؤلف يستعمل عبارة « مع التركيب » بمعنى : بما أن

$$\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د} \quad ، \text{إذن} \quad \frac{أ + ب}{ب} = \frac{جـ + د}{د}$$

$$\frac{هـ}{ز} = \frac{هـ}{ز}$$

وهذا المعنى لا يتفق مع التعريف الهندسي لكلمـة « بالتركيب » الذي أورده في بـاب « توضيح مصطلحات الكتاب » .

المسـألة الثانية (ب) :

نحث القارىء على مراجعة [رسم المحقق] الذي أوردناه خلال تحقيق هذه المسألة .

مكعب أ ز = (أ ب)^{٣} ، مكعب أ هـ =(أ جـ)^{٣} ، مكعب هـ ز = (جـ ب)^{٣} ،

جـ د = ح ز$'$ = آ ب = أ ط × ح ط × أ ح = أ ب × جـ ب × أ جـ ، ٣ أ ب × جـ ب × أ جـ = ٣ جـ د = ك^{٣} ، أي مجموع ثلاثـة مجسمات أ ب × جـ ب × أ جـ هو عدد حقيقي موجب فهو يساوي مكعب جديد ك^{٣} .

عندنا النسبة

$$\frac{\text{كرة أ ب}}{\text{كرة أ جـ + كرة جـ ب}} = \frac{(\text{أ ب})^{٣}}{(\text{أ جـ})^{٣} + (\text{جـ ب})^{٣}}$$

ويستعمل المؤلف هنا تفصيل النسبة هذه دون أن يقول « بالتفصيل » ويحصل على :

$$\frac{\text{الفرق (الفضل) د د}}{\text{كرة أ جـ + كرة جـ ب}} = \frac{\text{كرة أ ب ـ (كرة أجـ + كرة جـ ب)}}{\text{كرة أ جـ +كرة جـ ب}} =$$

$$= \frac{(\text{أ ب})^{٢} - [(\text{أ جـ})^{٢} + (\text{جـ ب})^{٢}]}{(\text{أ جـ})^{٢} + (\text{جـ ب})^{٢}} = \frac{١٣\text{جـ} \times \text{جـ ب} \times \text{أ جـ}}{(\text{أ جـ})^{٢} + (\text{جـ ب})^{٢}}$$

$$= \frac{\text{ك}^{٢}}{(\text{أ جـ})^{٢} + (\text{جـ ب})^{٢}}$$

إذن (الفضل) د د = حجم كرة طول قطرها ك (ضلع المكعب ك^{٢}) .

المسألة الثالثة (جـ) :

يكتب المؤلف نتيجة خاطئة لهذه المسألة، والصواب أن يقول (ونكتب تساوقا مع لغة المؤلف) : « ثلاثة مجسمات متساوية يحيط بكل واحد منها أ جـ وضعف جـ ب ، وثلاثة مجسمات متساوية يحيط بكل واحد منها ضعف أ جـ و جـ ب ، ومكعب يحيط به جـ ب » ونذكر القارىء أن المعطيات في هذه المسألة هي نفس المعطيات في المسألة الرابعة ، ونتيجة المسألة الرابعة صواب . والواضح لدينا أن سبب الخطأ هو التسرع وعدم الدقة في العمل من قبل المؤلف ، ولو راجع المؤلف المسألتين وقارنهما لأدرك خطأه في المسألة الثالثة هذه .

المسألة الرابعة (د) :

صواب . راجع ما قلناه في تعليقنا على المسألة الثالثة . كذلك فان نتيجة المسألة الرابعة هي تماما مثل نتيجة المسألة الثانية ، فلو أننا أضفنا الكرة جـ ب الى الفرق (الفضل) د د الذي حصلنا عليه في المسألة الثانية ، لحصلنا على الفرق (الفضل) الذي نحصل عليه في المسألة الرابعة . والعكس صحيح . أي أن بإمكاننا أن نعتبر المسألتين الثالثة والرابعة وجهين آخرين للمسألة الثانية ، وعليه فلم يقدم المؤلف أي شيء جديد هنا سوى كتابة النتيجة بطرق مختلفة .

المسألة الخامسة (هـ) :

يستعمل المؤلف كلمة « ضعف » « بمعنى » « مكرر مرتين » . وعليه :

ضعف [قطر الكرة الاصغر مع نصف (فضل الكرة العظمى على قطر الكرة الصغرى)] = [جـ د + ½ (أ ب ـ جـ د)] مكرر مرتين = (جـ د + أ جـ) مكرر مرتين = أ د مكرر مرتين ، أي : أ د ، أ د .

وعليه فإن الجزء الأول من نص المسألة يعني أنه عندنا أربعة مجسمات يحيط بكل واحد منها ثلاثة أضلاع أ د ، أ د ، أ جـ وحجم كل واحد من هذه المجسمات (أ د)^{٢} × أ جـ .

ومن فقرة « مثاله » نجد أنه عندنا :

مكعب (جـ د)^{٢} + [أربعة مجسمات أ جـ × (أ د)^{٢} + مجسم أ جـ × (أ ب)^{٢} + مجسم أ جـ × (جـ د)^{٢}] = مكعب أعظم (أ ب)^{٢} .

إذن : (أ ب)^{٢} ـ (جـ د)^{٢} = ٤ أ جـ × (أ د)^{٢} ـ أ جـ × (أ ب)^{٢} + أ جـ × (جـ د)^{٢} = ك^{٢} .

نأخذ النسبة : $\frac{\text{الكرة العظمى}}{\text{الكرة الصغرى}} = \frac{(\text{أ ب})^{٢}}{(\text{جـ د})^{٢}}$

وبالتفصيل : $\frac{\text{الكرة العظمى ـ الكرة الصغرى}}{\text{الكرة الصغرى}} = \frac{(\text{أ ب})^{٢} - (\text{جـ د})^{٢}}{(\text{جـ د})^{٢}} = \frac{\text{ك}^{٢}}{(\text{جـ د})^{٢}}$

وعليه فإن القطعة هـ هـ تساوي (تعدل)كرة جديدة قطرها يساوي ك (ك = ضلع المكعب الجديد ك^{٢}) .

او نأخذ النسبة : $\frac{\text{الكرة الصغرى}}{\text{القطعة هـ هـ}} = \frac{(\text{جـ د})^{٢}}{(\text{أ ب})^{٢} - (\text{جـ د})^{٢}} = \frac{(\text{جـ د})^{٢}}{\text{ك}^{٢}}$

وبالتركيب : $\frac{\text{الكرة الصغرى + القطعة هـ هـ}}{\text{القطعة هـ هـ}} = \frac{(\text{جـ د})^{٢} + (\text{أ ب})^{٢} - (\text{جـ د})^{٢}}{(\text{أ ب})^{٢} - (\text{جـ د})^{٢}}$

إذن : $\frac{\text{الكرة العظمى}}{\text{القطعة هـ هـ}} = \frac{(\text{أ ب})^{٢}}{\text{ك}^{٢}} = \frac{(\text{أ ب})^{٢}}{\text{ك}^{٢}}$

وبالتالي فإن القطعة هـ هـ تساوي (تعدل)كرة جديدة طول قطرها يساوي طول ضلع المكعب الجديد ك^{٢} .

ونلاحظ أننا نحتاج « التركيب والتفصيل »كما قال المؤلف ، بل نحتاج أحدهما فقط كي نحصل على ما أراد المؤلف . وعليه ، فكان على المؤلف أن يقول : « ونبرهنه كعادتنا بالنسبة وبتركيبها أو تفصيلها » .

WWW.ATTAWEEL.COM

المسألة السادسة (و) :

إذا رسم القارىء لهذه المسألة المكعب الاعظم وأقسامه بطريقة مشابهة للرسم الذي أوردناه [رسم المحقق] في المسألة الثانية ، فيجد أن المكعب ط ح هو المكعب الاعظم (أ ب)^{٣} ، المكعب (جـ د)^{٣} هو المكعب الاوسط . ولنفترض أن المكعب (أ جـ)^{٣} هو المكعب في الزاوية (العليا ـ الخلفية ـ اليمنى) ؛ والمكعب (د ب)^{٣} هو المكعب في الزاوية (السفلى ـ الامامية ـ اليسرى) . كما أن (أ جـ)^{٣} = (د ب)^{٣} . وعليه فان الفرق بين المكعب الاعظم (أ ب)^{٣} والمكعبات الداخلية الثلاثة هو :

(أ ب)^{٣} ـ [(أ جـ)^{٣} + (جـ د)^{٣} + (د ب)^{٣}] = ٦ (أ د)^{٢} × أ جـ =

ستة مجسمات متساويات

(يُعرف المؤلف المجسمات الستة المتساويات بدلالة السطوح : سطح جـ ح = أ د × أ د ؛ سطح هـ جـ = سطح د ط = أ د × أ جـ . والأفضل تعريف المجسات بدلالة الاضلاع أ د ؛ أ د ؛ أ جـ)

ثم يكمل المؤلف البرهان باستعمال النسبة وتفصيلها (دون ان يقول « بالتفصيل ») ويحصل على ٦ (أ د)^{٢} × أ جـ = ك^{٣} كما سبق .

إذن الفضل = كرة أ ب ـ [كرة أ جـ + كرة جـ د + كرة د ب] = كرة قطرها ك .

المسألة السابعة (ز) :

القطر أ ب قسم على نسبة ذات وسط وطرفين على النقطة جـ ، أ جـ > جـ ب ؛

$\frac{\text{أ ب}}{\text{أ جـ}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{جـ ب}}$ ، إذن (أ جـ)^{٢} = أ ب × جـ ب . مكعب أ هـ = (أ ب)^{٣} . مكعب أ د = (أ جـ)^{٣} .

نعلم من المسألة الثانية : (أ ب)^{٣} ـ [(أجـ)^{٣} + (جـ ب)^{٣}] =

٣ أ ب × جـ ب × أ جـ .

ولكن أ ب × جـ ب = (أ جـ)^{٢} لان القطر مقسوم على نسبة ذات وسط وطرفين .

إذن (أ ب)^{٣} ـ [(أ جـ)^{٣} + (جـ ب)^{٣}] = ٣ (أ جـ)^{٣}

وكما سبق ، فان فضل الكرة العظمى على الكرتين الداخليتين يساوي ثلاثة أمثال الكرة التي قطرها أ جـ .

المســـالة الثامنة (ح) :

من الواضح أننا إذا نصفنا ضلع المكعب أ ب بنصـــفين علـــى جـ فـــان (أ ب)^{٣} = (٢ أ جـ)^{٣} = ٨ (أ جـ)^{٣} • ومن الممكن إعتبارهذه النتيجة بأنها نتيجة مباشرة للمسألة (النظرية) ٣٨ من المقالة ١١ لكتاب اقليدس الأصول •

(أ حـ)^{٢} + (جـ ب)^{٢} = ٢ (أ جـ)^{٢}

إذن : (أ ب)^{٣} ــ ٢ (أ جـ)^{٣} = ٦ (أ جـ)^{٣} = ٣ [٢ (أ جـ)^{٣}] =

٣ [(أ جـ)^{٣} + (جـ ب)^{٣}]•

إذن : الفضل دد = ٣ [كرة أ جـ + كرة جـ ب]

المســـالة التاســـعة (ط) :

جـ ب = ٢ أ جـ ، أ ب = أ جـ + جـ ب = ٣ أ جـ •

(جـ ب)^{٣} = ٢ (أ جـ)^{٣} = ٨ (أ جـ)^{٣} ، (أ ب)^{٣} = ٢٧ (أ جـ)^{٣} •

إذن : (أ ب)^{٣} ــ [٨ (أ جـ)^{٣} + (أ جـ)^{٣}] = ١٨ (أ جـ)^{٣} •

المســـالة العاشرة (ي) :

هذه المسألة هي وجه آخر للمسألة الثامنة(ح) •

المسالة الحادية عشرة (يا) :

ب د = ٥ د جـ ، (أ د)^{٢} = ب د × د جـ بالفرض •

إذن : ب د × د جـ = ٥ (د جـ)^{٢} = (أ د)^{٢} •

الجزء الاول من المســـالة :

يقول المؤلف في بداية البرهان : كنســـبةالمربع الذي على ب د إلى المربع الذي على أ د مثناة • وهذا يعني أن المؤلف يقول :

$$\frac{\text{كرة ب د}}{\text{كرة أ د}} = \left\{\frac{(\text{أ ب د})^{٢}}{(\text{أ د})^{٢}}\right\}^{٢} = \frac{(\text{د ب})^{٤}}{(\text{أ د})^{٤}} = \frac{(\text{د ب})^{٢} \cdot (\text{د ب})^{٢}}{(\text{ب د} \times \text{د حـ})^{٣}} = \frac{(\text{د ب})^{٣}}{(\text{د حـ})^{٣}}$$

$$= \frac{(\text{٥ د حـ})^{٣}}{(\text{د حـ})^{٣}} = ٢٥$$

وهذا خطأ لأن النسبة الصواب هي : $\frac{\text{كرة ب د}}{\text{كرة أ د}} = \frac{(\text{ب د})^3}{(\text{أ د})^3} = \sqrt{٥}$.

وبما أن ب د ≠ أ د فإن $\frac{(\text{ب د})^4}{(\text{أ د})^4} \neq \frac{(\text{ب د})^3}{(\text{أ د})^3}$

أي أن الصواب هو : كرة ب د = $\sqrt{٥}$ (كرة أ د) .

وعليه فإن : القطعة (الفضل) هـ هـ = ($\sqrt{٥}$ - ١) مثل كرة أ د .

الجزء الثاني (الصواب) من المسألة :

نطبق عكس المسألة (النظرية) الأولى من المقالة الثالثة عشرة من كتاب الأصول (كما أراد المؤلف) ، ولكن نفعل ذلك باللغة الحديثة :

(أ ب + ½ أ ز)^2 = ٥ (½ أ ز)^2 ؛ (ونتذكر أن أ ز = ٢ أ د) ،

إذن : (أ ب)^2 + أ ب × أ ز + ¼ (أ ز)^2 = $\frac{٥}{٤}$ (أ ز)^2

وعليه : (أ ب)^2 = (أ ز)^2 - أ ب × أ ز = أ ز (أ ز - أ ب) = أ ز × ب ز .

اذن : $\frac{\text{أ ز}}{\text{أ ب}} = \frac{\text{أ ب}}{\text{ب ز}}$ ..... (١)

كذلك : (أ ب)^2 = أ ز × ب ز = (أ ب + ب ز) ب ز = أ ب × ب ز + (ب ز)^2 .. (٢)

ولكن الأرقام في (٢) موجبة ، إذن أ ب > ب ز ... (٣)

والآن : (١) و (٣) تعني ما قاله المؤلف : « يصير $\overline{\text{أ ز}}$ مقسوما على نسبة ذات وسط وطرفين على ب و الأطول أ ب » .

المسألة الثانية عشرة (يب) :

كما قال المؤلف نطبق عكس المسألة (النظرية)الاولى من المقالة الثالثة عشرة من كتاب الأصول لاقليدس ، ونفعل ذلك باللغة الحديثة :

$(أجـ + \frac{1}{4} جـ ب)^2 = ٥ (\frac{1}{4} جـ ب)^2$

أي : $(أجـ)^2 + أجـ \times جـ ب + \frac{1}{4} (جب)^2 = \frac{٥}{٤} (جـ ب)^2$

أذن : $(أجـ)^2 = (جـ ب)^2 - أجـ \times جب = حـ ب (حـ ب - أحـ) = جـ ب \times أ ب$ ،

أي : $\frac{جـ ب}{أ جـ} = \frac{أجـ}{أ ب}$ ... (١)

وحتى يصبح الخط جـ ب مقسوما على نسبة ذات وسط وطرفين على أ والاطول أ جـ ، فيجب ان نثبت أ جـ > أ ب ؛ ولاثبات ذلك فإننا نحتاج المعادلة $(ب د)^2 = ٥ (أ د)^2$.

وإذا قبلنا الفرض ؛ كما ذكره المؤلف ؛فإن :

$\frac{\text{كرة ب د}}{\text{كرة أ د}} = ٢٥ = \frac{(ب د)^3}{(أ د)^3}$ ، وعليه فان $(أ ب د)^2 = ٥ \sqrt[3]{٥} (أ د)^2$

وهذه النتيجة لا تثبت قسمة الخط على نسبةذات وسط وطرفين .

أما إذا أخذنا النتيجة الخاطئة من المسألة(١١) وهي :

$\frac{\text{كرة ب د}}{\text{كرة أ د}} = ٢٥ = \frac{(ب د)^4}{(أ د)^4}$ ، فإننا نحصل على ما يريده المؤلف $(ب د)^2$

$= ٥ (أ د)^2$ ؛ وفي هذه الحالة نكون قد حصلنا على نتيجة صواب من معطيات خاطئة وهذا مرفوض في الرياضيات .

والآن نعطي الفرض الصواب ، ونحصل على النتيجة الصواب :

$\frac{\text{كرة ب د}}{\text{كرة أ د}} = ٥ \sqrt[3]{٥}$ وهذا يعطينا $\frac{(ب د)^3}{(أ د)^3}$ $(ب د)^2 = ٥ (أ د)^2$. والآن

نثبت ان أ حـ > أ ب هكذا :

ب د = أ د + أ ب = $\frac{1}{2}$ أ جـ + أ ب ، لأن أ جـ = ٢ أ د بالفرض .

أي $(ب د)^{٢} = \frac{١}{٤}(أ جـ)^{٢} + أ جـ \times أ ب + (أ ب)^{٢}$

ولكن $(ب د)^{٢} = \frac{٥}{٤}(أ د)^{٢} = \frac{٥}{٤}(أ جـ)^{٢}$

اذن $\frac{٥}{٤}(أ جـ)^{٢} = \frac{١}{٤}(أ جـ)^{٢} + أ جـ \times أ ب + (أ ب)^{٢}$

أي : $(أ جـ)^{٢} = أ جـ \times أ ب + (أ ب)^{٢}$ ، وهذه الأرقام الثلاثة موجبة ؛

اذن $أ جـ > أ ب$ ...(٢) .

والآن (١) و (٢) تعني ما قاله المؤلف . « فيصير $\overline{جـ ب}$ مقسوماً على نسبة ذات وسط وطرفين على $\overline{أ}$ ؛ والأطول $\overline{جـ أ}$ » .

المراجع

[١] George Sarton. "Introduction to the History of Science", The Williams & Wilkins Company, Baltimore, Vol. 1, (from Homer to Omar Khayyam), pp. 646-655, 665 (1927).

[٢] Fuat Sezgin. "Geschichte Des Arabischen Schrifttums," Leiden, E. J. Brill, Band V (Mathematik), 329-334 (1974) ; Band VI (Astronomie), 224-225 (1978) ; Band VII (Astrologie-Meteorologie und Verwandtes), 177-182, 333-334 (1979).

[٣] كارل بروكلمان ، « تاريخ الأدب العربي »، دار المعارف ، الجزء الرابع ؛ الطبعة الثانية ـ نقله إلى العربية يعقوب بكر ، ورمضان عبدالتواب (بعد سنة ١٩٦٨) (ص ١٨٤ ـ ١٨٩) . جامعة الدول العربية ـ المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم) .

[٤] Yvonne Dold-Samplonius, "Al-Sijzī, Abū Sa'īd Aḥmad Ibn Mḥammad Ibn 'Abd Al-Jalīl, (Dictionary of Scientific Biography). Charles Scribner's Sons, (New York, vol. 7, PP. 431 - 432, (1975).

[٥] أحمد سعيدان « رسائل ابن سنان » . المجلس الوطني للثقافة والفنون والآداب ، قسم التراث العربي ، السلسلة التراثية ٦ ، الكويت ، الطبعة الاولى ، ص ٣٣٧ ـ ٣٧٢ ، (١٤٠٣ هـ ـ ١٩٨٣ م) .

[٦] F. Woepcke, "L'Algebre d'Omar Alkhayami", Paris, 195, 117-121, "Troistraités arabes surle compus parfait" (Notices et extraist, t. 22, (1), 112-115, 1874.

C. Schoy, "Groaeco-arabische studien nachmathematischen Handschriften der Vizekôniglichen Bibliothek zukairo", in Isis 8, (1926), 21-40. [٧]

H. Bürger and K. Kohl, "Thabits Werk über den Transversalenstz", in Abhandlunger zur Geschichte der Naturwissenschaften und der Medizin, 7 (1924), 49-53. [٨]

[٩] المنجد (في اللغة والاعلام) ، منشورات دارالمشرق ـ بيروت ـ الطبعة السابعة والعشرون ـ ص١٥ ـ ١٩٨٤ .

Thomas L. Heath, "The Thirteen Books of Euclid's Elements", Dover Publications, Inc. New York, Vol. 3, PP. 360, 434, 440-511, (1956). [١٠]

Götz Schregle, "Deutch-Arabisches Wörter buch", Librairie Du Liban-Beirut. MaCdonald & Evans Ltd. - London - 1977, P. 125. [١١]

WWW.ATTAWEEL.COM